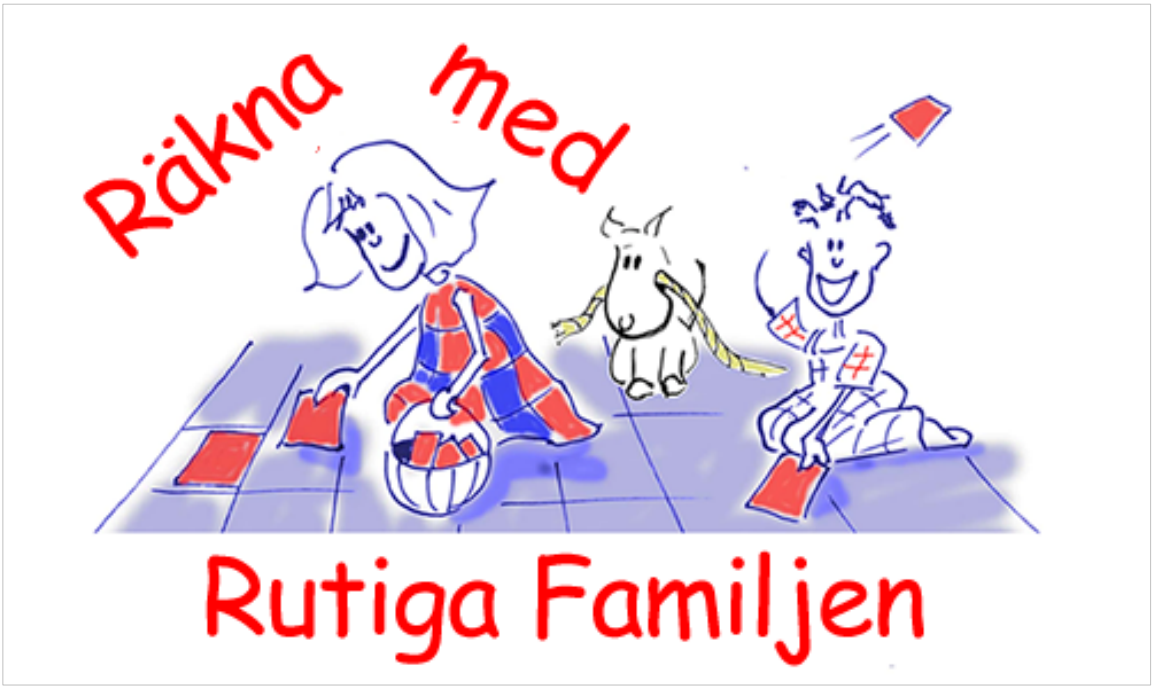
Räkna med Rutiga Familjen

Ett grafiskt mattespel som behandlar de fyra räknesätten med positiva och negativa tal.
Utan siffror och symboler.
Med lärande agenter.

Lärarhandledning



Http://rutigafamiljen.se

2008-11-06

Innehållsförteckning

1 Vad är Rutiga Familjen? ... 1
1.1 Varför är Rutiga Familjen intressant? ... 1
1.2 Idévärlden bakom Rutiga Familjen ... 2
1.3 Vad ingår i Rutiga Familjen? ... 3
1.4 Vem är Rutiga Familjens för? ... 3
1.4.1 För dem som lär ut ... 3
1.4.2 För dem som skall lära sig ... 4
1.4.3 Flickor i fokus ... 4
1.5 Hur kan Rutiga Familjen användas i undervisningen? ... 5
2 Sagan om Rutiga Familjen – en förklaring av idévärlden ... 9
2.1 Rutiga familjen upptäcker Minusvärlden ... 9
2.2 Rutiga familjen packar pappas rutlådor ... 13
2.3 Kusinerna många gånger kommer på besök ... 16
2.4 Rutiga Familjen leker byggjobbare ... 19
3 Den grafiska modellen – en grafisk illustration av idévärlden ... 25
3.1 Talområdet – Spelbrädet ... 25
3.2 Siffror – grupper av rutor ... 26
3.3 Decimalsystemet ... 26
3.3.1 Växling mellan enheter – packa och packa upp rutor i/från rutlådor ... 27
3.4 Kopplingen till tal med siffror ... 28
3.5 Räknesätten – barnen utför handlingar med rutorna ... 30
4 Spelen i Rutiga Familjen – en träning i att förstå hur idévärlden är uppbyggd ... 32
4.1 Allmänt om idéer och principer ... 33
4.2 Spelkategorier ... 34
4.2.1 Spel med addition och subtraktion ... 34
4.2.2 Spel med upprepad addition och subtraktion ... 35
4.2.3 Spel med multiplikation och division ... 36
4.3 Inställningar ... 36
Val per spelare ... 37
4.3.2 Gemensamma val ... 39
4.4 Datorspelare ... 40
4.4.1 Olika nivåer av datorspelare ... 40
4.4.2 Datorspelaren som en interaktiv handledare ... 41
5 Beskrivning av spelen ... 43
5.1 Inställningar och kommandon i fönstermenyn ... 44
5.2 Spel med addition och subtraktion ... 46
5.2.1 Inom Repet - spelregler ... 46
5.2.2 Inom repet – syfte ... 47
5.2.3 Få bort alla - spelregler ... 48
5.2.4 Få bort alla – syfte ... 49
5.3 Spel med upprepad addition och subtraktion ... 51
5.3.1 Inom repet – spelregler ... 52
5.3.2 Få bort alla - spelregler ... 52
5.3.3 Syftet med upprepad addition och subtraktion ... 52
5.4 Spel med multiplikation och division ... 53
5.4.1 Dela Fyrkant upp till 100 – spelregler ... 53
5.4.2 Dela Fyrkant upp till 100 – syfte ... 54

5.4.3 Dela Fyrkanter upp till 1000 – spelregler 55
5.4.4 Dela Fyrkanter upp till 1000 – syfte 57
5.4.5 Dela jämnt – spelregler 57
5.4.6 Dela jämnt - syfte 58
6 Hur skaffar jag datorspelet "Räkna med Rutiga Familjen" ..... Fel! Bokmärket är inte definierat.
6.1 Hur installeras programmet? ..... **Fel! Bokmärket är inte definierat.**
7 Övrigt 58
7.1 Rutiga Familjens skapare ..... **Fel! Bokmärket är inte definierat.**
7.2 Upphovsrätt ..... **Fel! Bokmärket är inte definierat.**
7.3 Finansiär ..... **Fel! Bokmärket är inte definierat.**

1 Vad är Rutiga Familjen?

Rutiga Familjen är ett grafiskt, datorbaserat mattespel som ger möjlighet att utveckla en djup förståelse för positiva och negativa tal, decimalsystemet och de fyra räknesätten, genom att spela spel och utan att nämna vare sig tal eller matematik.

Rutiga Familjen riktar sig främst till barn i åldern 4-12 år, men kan användas för alla som vill ha en bättre förståelse för denna del av matematiken, eftersom de mer avancerade spelen kan vara stimulerande och utmanande även för vuxna!

Rutiga Familjen handlar alltså om de fyra räknesätten med positiva och negativa tal och är ett nytt och annorlunda sätt att beskriva och förstå denna grundläggande matematik *utan att till en början blanda in siffror eller symboler alls*. Istället bygger vi upp en **idévärld** som är lättare för barn att relatera till och prata om – en värld med lekgårdar, färgade rutor och rutlådor, en familj med massa barn som älskar att spela olika spel med sina rutor och rutlådor på sin rutiga lekgård – kort och gott – Rutiga Familjen.

Denna nya idévärld har en direkt översättning till "vanlig" matematik, dvs. den med siffror och symboler, så att allt man kan göra i idévärlden betyder något riktigt i den vanliga matematiken. Översättningen går åt andra hållet också, så att sådant som man kan göra i den vanliga matematiken (inom detta område) kan beskrivas (och därmed förklaras!) i vår idévärld.

1.1 Varför är Rutiga Familjen intressant?

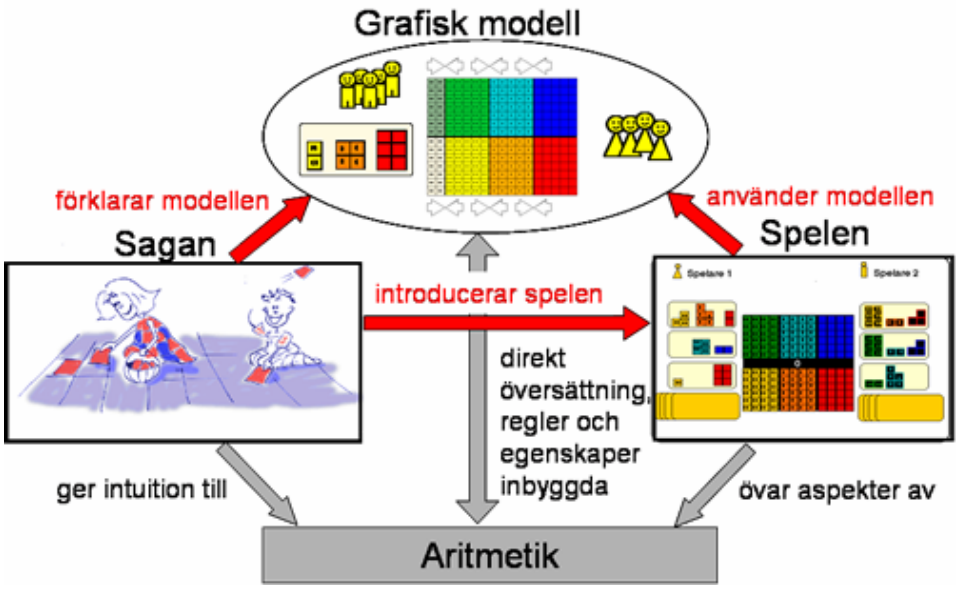
Denna idévärld är alltså ett nytt och annorlunda sätt att både förklara och förstå matematik, som har fördelar gentemot vanlig matematik genom att vara

- **mindre abstrakt** – man pratar om konkreta saker som rutor och att packa upp och packa ur rutlådor,
- **mer intuitivt** – addition i idévärlden är att lägga till rutor till lekgården, och subtraktion är att ta bort rutor, dvs motsvarar en konkret handling,
- **mer lekfullt** – idévärlden förklaras genom en saga där t.ex. det negativa talområdet introduceras som en fantasivärld som är precis som den verkliga fast tvärt om,
- **mindre svårt** – vi tar en svår sak i taget: *först* kan man lära sig att förstå vad t.ex. addition är, *sen* kan man lära sig det matematiska språket (att addition skrivs som 3 + 5, t.ex.),
- **roligare** – idévärlden är mycket lämplig att illustrera grafiskt och fungerar dessutom som en modell att konstruera spel omkring – så man kan lära sig att använda och förstå idévärlden (och därmed matematik) genom att spela spel i Rutiga Familjen.

Det övergripande syftet är att få fler barn att förstå och tycka matematik är roligt – och våra tidiga tester visar att Rutiga Familjen har stor potential att göra just det.

1.2 Idévärlden bakom Rutiga Familjen

Rutiga Familjens idévärld har tre delar – en **saga**, en **grafisk modell** och ett antal **spel**.



Sagan introducerar idévärlden och förklarar den grafiska modellen. Sagan är viktig för den ger intuition för de matematiska begrepp som idévärlden beskriver, dvs. den ger barnen en "mental bild" av vad viktiga begrepp egentligen är. Ett exempel är att "minusvärlden", dvs. det negativa talområdet, introduceras som en fantasivärld där allting är precis som i den verkliga (positiva världen) – fast tvärtom! Detta ger bilden av att det negativa talområdet är som en spegelbild av det positiva – fast mindre verklig. Och konstigare än så är ju egentligen inte negativa tal.

Den grafiska modellen är ett "grafiskt språk" för tal och räknesätt, t.ex. är tal uppbyggda av olikfärgade rutor och rutlådor, istället för siffror. Ett räknesätt är att göra något med dessa rutor, t.ex. är addition att lägga till rutor (på ett rutigt område), medan subtraktion är att ta bort rutor från området. Talens och räknesättens egenskaper och regler är inbyggda i modellen, dvs. vad man får göra med rutorna och brädet är reglerat, så att det man kan göra i modellen alltid är matematiskt riktigt. T.ex. är addition alltid att lägga till, oavsett om man lägger till "positiva" rutor eller "negativa" rutor. Att det sedan visar sig att lägga till ett negativt tal *har samma effekt som* att ta bort samma positiva tal, är en egenskap hos modellen, och som barnen själva upptäcker då de spelar spelen (istället för att behöva lära sig teckenreglerna).

Spelen bygger på den grafiska modellen och är alla kombinerade kort- och brädspel, med två spelare som spelar med eller mot varandra. Syftet med spelen är att lära sig att förstå hur modellen är uppbyggd och fungerar, eftersom detta sen kan översättas till hur talen och räknesätten fungerar och hänger ihop. Spelen är speciellt designade för att träna moment inom matematiken som kan vara problematiska, som t.ex. att förstå hur decimalsystemet är uppbyggt, negativa tal, eller varför alla tal inte går att dela (så det går jämnt upp).

Kopplingen till **"vanlig" matematik** görs genom att det vanliga matematiska språket, dvs. siffrorna och symbolerna, successivt förs in i spelen när man så önskar.

1.3 Vad ingår i Rutiga Familjen?

I Rutiga Familjen ingår ett datorbaserat spelprogram, Räkna med Rutiga Familjen, samt denna handledning.

I Räkna med Rutiga Familjen finns dels en kortare, talad variant av sagan om Rutiga Familjen, dock fungerar inte den speciellt bra utan skall göras om på ett annat sätt i den närmaste framtiden. Dels finns alla spel som beskrivs övergripande i kapitel 4 och i detalj i kapitel 0. Speldelen av programmet består av tre grundtyper av spel och uppemot ett 40-tal spelvarianter inom dessa speltyper.

1.4 Vem är Rutiga Familjen för?

Rutiga Familjen är huvudsakligen tänkt att användas i undervisningssyfte, med fokus på grundskolan 1-6, men de enklare spelen kan användas av barn redan från 4-års åldern. Själva speldelen av programmet kan användas även senare i utbildningen, då de mer avancerade spelen säkerligen är tillräckligt utmanande och givande för många även på den nivån, men både idén med en saga och sagans formulering är förmodligen för barnslig för de flesta tonåringar (men kan nog fungera igen för vuxna användare som har fått tillräcklig distans till sin barnslighet...)

Eftersom Rutiga Familjen är ett hjälpmedel för lärande finns det två huvudsakliga målgrupper, dels de som har till uppgift att lära ut och dels de som skall lära sig.

1.4.1 För dem som lär ut

Lärare och andra som har till uppgift att lära ut matematik till andra, borde ha stor nytta av att få ett nytt sätt att förklara matematik på, som komplement till de sätt man redan använder. Speciallärare som har sett idéerna om Rutiga Familjen på mässor och andra utställningar blev eld och lågor över de möjligheter de såg i att få ett annat sätt att förklara matematikens grunder på, och enligt dem, på ett mycket illustrativt och pedagogiskt sätt. Vi som utvecklat Rutiga Familjen (och som har egen erfarenhet av undervisning inom flera olika områden och nivåer) är övertygade om att *ju fler sätt vi kan förklara ett svårt begrepp på – desto större chans är det att vi lyckas få fler att förstå begreppet.* Och det är precis det som Rutiga Familjen ger – ett nytt och klart annorlunda sätt att förklara matematikens grunder på!

Vi tror även att Rutiga Familjen kan ge redan matematikkunniga personer själva en större insikt genom att se på matematik på detta lite ovanliga sätt, vilket vi även fått indikationer på från tidiga tester.

1.4.2 För dem som skall lära sig

Rutiga Familjen är framtaget med målet att få fler barn att *verkligen förstå* matematik och därmed inse att det är faktiskt *är roligt.* Vi tror att *alla* barn kan ha nytta av Rutiga Familjen, genom att Rutiga Familjen

- uppmuntrar barnen till att själv upptäcka samband genom eget experimenterande, vilket ofta ger stor tillfredställelse och en djup förståelse.
- ger barnen ett mer lättillgängligt språk att "prata matematik" med, vilket gör att man i mycket högre utsträckning kan resonera om svåra och intressanta saker.
- stimulerar till strategiskt tänkande och huvudräkning – ingen tvingas att räkna och spela strategiskt i spelen, men för att spela bra behöver man det - så motivationen kommer inifrån (de flesta *vill* göra saker bra).
- vänder på och leker med de matematiska begreppen, dvs. i spelen tränas inte uträkning i sin vanligaste bemärkelse (vad blir 5+29?), utan saker som: om jag har talet 34, vad kan jag lägga till för att få ett jämt tiotal? (Svar: vilket positivt tal som helst som slutar på 6, eller vilket negativt tal som helst som slutar på 4).

De som kommer ha mest nytta av Rutiga Familjen är trots detta troligen grupper med speciella behov, som t.ex.

- de som av någon anledning har det svårt att ta till sig matematik på det vanliga sättet,
- de som tycker matematik är tråkigt (hänger ofta ihop med dålig förståelse),
- de som behöver extra eller annan typ av motivation, eller
- de som lärt sig att räkna mekaniskt, men som kanske inte förstår vad de gör.

1.4.3 Flickor i fokus

Ett uttalat mål med Rutiga Familjen är att försöka uppmuntra flickor till att bli riktigt intresserade av matematik, eftersom matematikintresset hos flickor tyvärr oftast är mindre än hos pojkar och tenderar dessutom att avta ju äldre de blir, vilket vi (och många med oss) anser vara ett stort problem.

Vi är medvetna om att klassificera könsrelaterade egenskaper på det sättet som vi gör nedan är alldeles för grova generaliseringar, men vi menar att det finns grund för dessa påståenden ändå, och vi hoppas att läsaren läser detta som de generaliseringar de är.

Vi har speciellt försökt fånga flickors intresse, genom att

- ha den typen av inramning som vi valt, dvs. ha en idévärld som handlar om en familj med en massa barn som leker och spelar spel tillsammans (typiskt "flickig" inramning)
- presentera idévärlden i sagoform
- lyfta fram flickornas roll i sagan (flickorna i Rutiga Familjen är plus och pojkarna minus, vilket gör att flickorna tar de flesta initiativ i sagan eftersom addition alltid introduceras före subtraktion, multiplikation före division etc.)

- designa spel som premierar klurighet och eftertanke istället för snabbhet och fingerfärdighet som de allra flesta datorspel faktiskt gör (detta missgynnar flickor eftersom de mer sällan stimuleras av dessa snabbhetskriterier)
- designa spel där man antingen kan spela mot eller *med varandra*, för dem som inte blir stimulerade av att tävla mot sin kompis (vanligare hos flickor än pojkar)
- utnyttja flickors ofta väl utvecklade mönsterseende (flickor i tidig skolålder har oftast ett mer utvecklat seende för olika mönster än vad pojkar i samma ålder har)

Denna fokusering på flickor har varit en medveten strategi, men vi vill för den saken skull *absolut inte* påskina att Rutiga familjen är ett spel enbart för flickor!

1.5 Hur kan Rutiga Familjen användas i undervisningen?

Rutiga Familjen kan användas i olika omfattning och på olika sätt i undervisningen, även om vi tror att mesta utbyte och bästa förståelse får eleverna om de *både* får spela spelen *och* att läraren kontinuerligt använder Rutiga Familjen som en (av flera) förklaringsmodeller i matematikundervisningen.

Vi har försökt att anpassa Rutiga Familjen till många olika inlärningssituationer genom att göra programmet så flexibelt som möjligt, till exempel vad gäller:

Olika spelpartners

Spelet är framförallt tänkt att spelas av två eller flera barn, eftersom både forskning och praktiska tester med Rutiga Familjen visar att barnen ofta hjälper varandra och förklarar på sitt eget sätt vilket bidrar till bättre förståelse, och att de gärna sitter i grupp framför datorerna och arbetar. Eftersom inte alla barn blir stimulerade av att tävla *mot* varandra, kan de allra flesta spel även spelas *med* varandra (man skall då tillsammans försöka få så många guldstjärnor som möjligt). Spelen ger precis samma sort träning vare sig man spelar med eller mot varandra.

Spelen kan även spelas av barn och vuxna tillsammans (t.ex. barn-förälder situation), och åtminstone på de lite högre nivåerna av spel så är nog ofta spelen utmanande även för den vuxne (tester har visat att barnen ofta tar åt sig den grafiska modellen och tankesättet mycket fortare och bättre än vuxna...). En annan vuxen-barn situation kan vara en speciallärare som sitter med och tränar med ett barn som behöver träna lite extra.

I situationer då barnet inte vill eller inte har tillgång till andra spelpartners, kan barnet spela mot en datorspelare. Datorspelaren finns i tre olika nivåer där den lägsta är ganska lätt att slå och där den högsta är riktigt svår att slå. Tanken är att nästan alla barn skall kunna slå den lägsta nivån av datorspelare, och att den högsta skall vara utmanande för de flesta. Mer om datorspelare går att läsa i kapitel 4.4.

Datorspelaren kan även fungera som en "lärare", genom att datorspelaren "förklarar" varför ett kort ger poäng. Förklaringen dyker upp som en textruta då datorspelaren har valt ett kort, och förklarar varför just detta kort var ett bra kort (varför det gav poäng om det nu gjorde det). Denna funktion är framförallt tänkt för lärare och andra vuxna, som hjälp för att förstå hur man kan spela bra och hur modellen är uppbyggd, men kan säkert även användas av lite äldre barn. Mer om detta går att läsa om i kapitel 4.4.2.

Numera finns även en agent-spelare, och det är en datorspelare som har inbyggd förmåga att lära sig (genom att agenten har "artificiell intelligens") – där av begreppet *lärande agent*. Tanken är att barnet lär upp sin agent, genom att visa agenten hur man spelar och svara på agentens frågor om barnets agerande. Ett annat inlärningssätt är att låta agenten försöka spela själv, och barnets roll blir då att antingen acceptera agentens val av kort, eller korrigera genom att välja något annat istället. Barnet får då frågor om varför barnets kort var bättre än agentens. Agenten kan även spela själv, utifrån vad den hittills lärt sig, vilket innebär att en agent som inte lärt sig något kommer att välja kort helt slumpmässigt. Läs mer om agenter i kapitel 4.5.

Olika utvecklingsvägar

Programmet är uppbyggt så att alla avsnitt i sagan och alla spelen kan startas från toppnivån, så någon påtvingad ordning finns inte. Tanken är att man skall kunna välja den utvecklingsväg och den takt som passar användaren bäst, och inte vara styrd av en förutbestämd ordning.

Spelen är kategoriserade efter tre huvudsakliga egenskaper: de räknesätt spelen tränar, det huvudsakliga talområde (positiva eller positiva och negativa tal) som spelen behandlar, och det största tal som kan ingå i spelen. De tre kategorierna består av följande alternativ:

- ingående räknesätt
  1. addition eller/och subtraktion
  2. upprepad addition eller/och upprepad subtraktion
  3. multiplikation och division
- talområde
  1. bara positiva tal
  2. positiva och negativa tal
- största tal
  1. bara ental
  2. ental, tiotal och hundratal
  3. ental, tiotal, hundratal och tusental

T.ex. kan ett barn börja träna entalsaddition med bara positiva tal, sen successivt utöka med tiotal, hundratal och tusental och kanske gå vidare till upprepad addition och multiplikation, *innan* subtraktion introduceras alls, medan ett annat

barn går vidare från entalsaddition och subtraktion av positiva tal till att utöka med negativa tal, *innan* decimalsystemet introduceras alls.

Förutom dessa valmöjligheter, kan kopplingen till traditionell matematik (tal skrivs med siffror och räknesätt med symboler) introduceras stegvis, på följande nivåer:

1. Inga siffror och symboler visas alls, dvs. allt visas enbart i rutmodellen
2. När rutor läggs till och tas bort från spelbordet, visas samtidigt vad dessa operationer betyder med siffror och symboler
3. Förutom 2. ovan, visar även korten (som innehåller tal i rutmodellen) talet med siffror.
4. Förutom 2. ovan, visar korten innan de är valda, *enbart* talet med siffror, så att användaren själv måste tänka ut hur det ser ut med rutor för att "se" hur rutorna passar på spelbordet. När kortet är valt visas talet med både rutor och siffror.

Kopplingen till siffermatematik beskrivs mer i detalj i kapitel 3.4.

Olika användningssätt

Att räkna med Rutiga Familjen är att använda matematik och matematiskt tänkande på ett lite annorlunda sätt, dels genom att vi använder en grafisk representation för tal och handlingar (animationer) för räknesätt, och dels genom att spelen tränar andra sätt att hantera och tänka på tal än vanliga uträkningar med ett rätt svar; de flesta problem som användaren behöver lösa för att spela riktigt bra har många olika lösningar och det gäller att se om man har möjlighet att välja någon av dessa lösningar med de kort och den spelsituation man befinner sig i.

Rutiga Familjen kan användas på många nivåer – allt från att konsekvent använda rutmodellen som ett alternativt språk att förklara och diskutera den matematik som Rutiga Familjen täcker (vilket vi givetvis förespråkar...) till att använda spelet som en belöning eller extra uppgift för de som redan är färdiga med andra räkneuppgifter (vilket vi inte direkt förespråkar eftersom detta ofta är de barn som redan förstår matematik och kanske har minst behov av ett annat sätt att se på ämnet). Däremellan finns givetvis många nivåer och anledningar till att använda programmet, som t.ex. att väcka intresse för matematik, som illustrationsmaterial (visa vad som händer och varför), som nyttig avkoppling och mycket annat.

Användning av idéerna utanför spelen

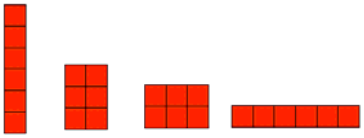
För den som vill använda idéerna med Rutiga Familjen vidare, kommer här lite tips om vad man skulle kunna göra:

- Läsa sagan högt för klassen, eller låta barnen läsa själva eller högt för varandra. Sagan är som sagt tänkt att ge viktig intuition för matematiska begrepp, så den kan vara bra att höra mer än en gång.
- Prata matematik med barnen, ta upp olika diskussionsfrågor eller fenomen inom matematik som t.ex.

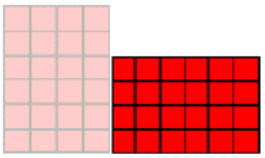
- Kan flickor och pojkar göra samma sak efter att minusvärlden är introducerad, dvs. är spelet "Få bort alla" rättvist? (Minusvärlden introducerades i sagan av rättviseskäl). Diskutera om båda kan göra att det blir fler röda rutor på spelbrädet (ja, flickorna lägger till röda och pojkarna tar bort blå) och om båda kan få fler blå (javisst kan de det, så spelet är rättvist).

- Varför går inta alla tal att dela (jämt)? När går det att dela jämt? Varför går det inte alltid att bygga en fyrkant av ett visst antal rutor?

- På hur många olika sätt kan man bygga fyrkanter med t.ex. 6 rutor?

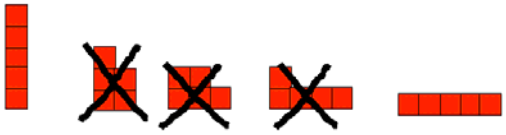


- Har en fyrkant med höjden A och bredden B lika många rutor som en med höjden B och bredden A? (Ja, det är bara att "välta" fyrkanten från stående till liggande eller tvärtom).



Är det lika många rutor nu?

- Resonera om ganska svåra saker kan man, som t.ex.: Om det bara går att bygga två fyrkanter (en stapel på höjden och en på längden) av ett antal rutor, då kallas detta antal ett primtal. Det talet går bara att dela med 1 eller sig själv.

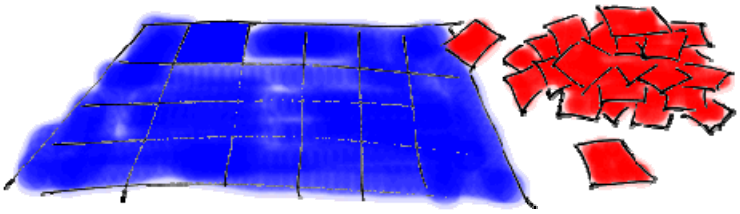


- Göra en egen modell av rutvärlden i papper eller som en flanellograf (flanosaga), som kan användas i undervisningen och förklara vad som händer när rutor tas bort och läggs till på spelbrädet. Den allra första prototypen gjordes just som en flanellograf för att illustrera idéerna för lärare, och det fungerade alldeles utmärkt.
- Låta barnen klippa och klistra och göra egna spelbrädsmodeller och kort i färgat papper, och kanske ha en packhall med små lådor som barnen kan packa i och ur (som att leka kiosk ungefär och träna på att växla).
- Hitta på egna uppgifter som t.ex.: Hur långt rep behövs för att ringa runt 9 rutor? Spelar det någon roll hur rutorna är placerade på en lång rad eller om de ligger placerade 3x3? (Hunden Krets heter inte Krets av en slump...)

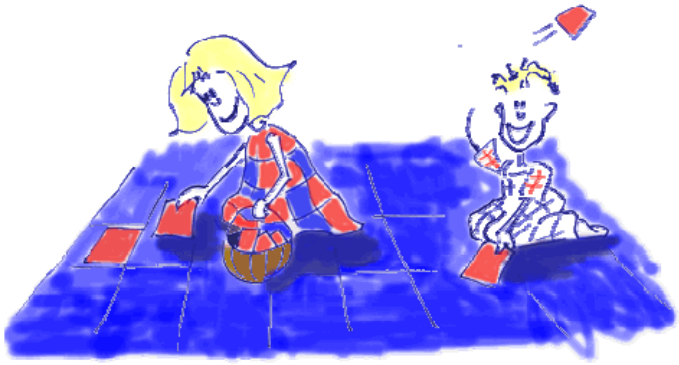
2 Sagan om Rutiga Familjen – en förklaring av idévärlden

2.1 Rutiga familjen upptäcker Minusvärlden

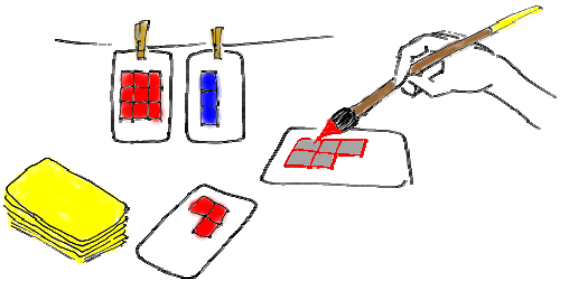
Nu ska jag berätta för dig om mig och min familj, Rutiga Familjen. Vi bor på en stor gård som heter Plus-gården, och där finns en jättestor blå lekgård där vi brukar leka och spela spel. Jag har massor av syskon, både systrar och bröder. Vi kan nog bli nästan hur många som helst, om vi skulle samlas alla på en gång. Det vi gillar mest är att leka med våra röda leksaksrutor ute på den blå lekgården. Vi har ett helt berg med röda rutor!



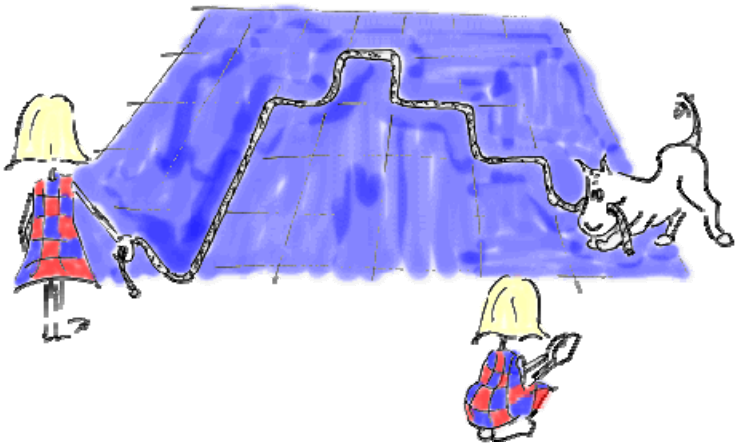
Titta! Här kommer Tina. Vi flickor brukar mest leka tillsammans, eftersom vi alla gillar att lägga till rutor på lekgården. Pojkarna tar ju bort rutor istället för att lägga till dem, så det blir så konstigt att spela med dem. Eftersom vi flickor lägger till rutor kallas vi ibland för Till-flickorna, och pojkarna kallas för Bort-pojkarna.



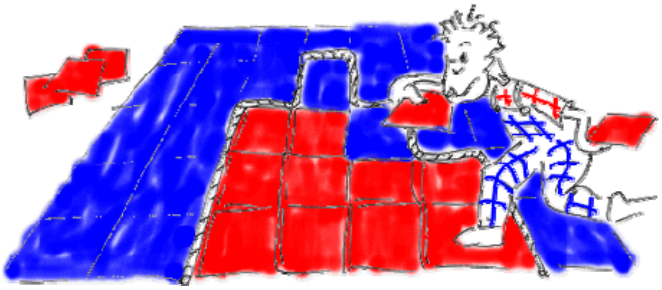
Alla vi barn i Rutiga Familjen älskar att spela spel och vi kan massor med spel med rutorna som vår morbror Kort har hittat på till oss: Morbror Kort är jättebra på att hitta på nya, roliga spel, och han gör kort som passar till spelen också!



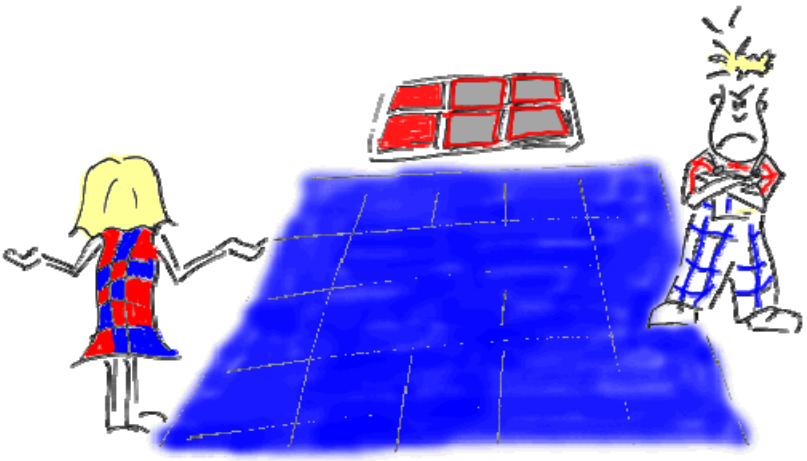
Här är ett spel som jag och Tina brukar spela; Vi ropar först på familjens hund Krets, sedan tar vi ett rep. Tina står på ena änden av repen, medan jag springer runt och leker med Krets som har den andra änden av repet i munnen. Efter ett tag ropar Tina på Krets och då har repet ringat in ett område på spelplanen (Krets är en lydig hund). Sedan tar vi våra Till-kort, och delar ut några till oss var. Vi turas om att ta ett kort och lägga till så många rutor som det finns på kortet på lekgården. Man får bara lägga rutorna inom det inringade området. Det gäller att fylla området med rutor, men man måste sluta med ett kort med exakt så många rutor som saknas – annars vinner den andre...



När Tilda och Tina spelat färdigt, kommer det tråkigaste av allt. Att ta bort rutorna. Det är det värsta Till-flickorna vet. Just då kom deras bror Bosse förbi och Tina fick en snilleblixt! Kom hit Bosse, och ta med dig Benny eller någon annan, ropade Tina förtjust. Tilda begrep ingenting, de brukade ju inte leka med pojkarna. Bosse och Benny kom, och Tina sa. Vi har hittat på ett spel till er! Så här går det till... Eftersom pojkarna tycker bäst om att ta bort rutor, kan de istället börja när området är helt fullt med rutor, och turas om att ta bort lika många rutor från spelplanen som det finns på deras Bort-kort. Det gäller att ta bort de sista rutorna exakt – alltså precis som flickornas spel fast tvärtom! Tina och Tilda fnissade glatt och tänkte att bröder är inte så dumma att ha trots allt. Nu slapp de ju ta bort rutorna efter sig!



En dag åkte nästan hela Rutiga Familjen bort, alla utom Tilda och Bosse som är äldst och har börjat skolan. Deras moster och morbror kom och var barnvakt. Tilda och Bosse lekte lite var för sig, men tröttnade ganska snart och försökte hitta på en lek tillsammans. Tilda tog ett Till-kort, och la till rutorna på kortet. Bosse tog sen ett Bort-kort, och tog bort lika många rutor som fanns på hans kort. Så höll de på tills Bosse fick ett Bort-kort med fler rutor än det fanns på lekgården. Då blev han arg och gick och surade.



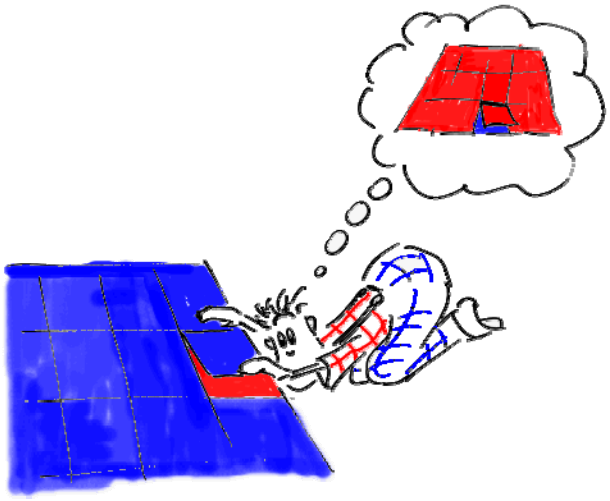
Bosse tyckte att leken var väldigt orättvis, så han sprang till Moster Minus och beklagade sig: Moster Minus, det är orättvist! Tilda kan ju alltid lägga till rutor, men jag kan inte ta bort några rutor när de inte finns tillräckligt många kvar!

Moster Minus höll med om att det var orättvist och lovade att sova på saken. Moster Minus grubblade över problemet, och till slut kom hon på lösningen. På morgonen invigde hon Bosse i sina planer: När jag var liten och tyckte att något var orättvist eller dumt, då brukade jag hitta på en låtsasvärld där allt var som jag ville. När jag väl hittat på den, kunde jag gå in och ut ur låtsasvärlden som jag ville, när den verkliga världen liksom inte räckte till. Bosse tänkte efter, vad är det han vill ha? Jo, det saknas ju röda rutor ibland i den verkliga världen, tänk om...

Och då såg han framför sig en enorm lekgård som var full med röda rutor. Den var minst lika stor som deras verkliga, blå lekgård, och det säger inte lite det.

Han blev så ivrig och ville genast springa bort till Tilda, men moster stoppade honom. Tänk efter nu Bosse, låtsasvärldar kan man bara se om man verkligen vill se dem, och tror du Tilda vill se en värld full med röda rutor? Det syns ju ingenting när hon lägger till sina röda

rutor på en röd lekgård. Bosse blev nedstämd, men moster Minus fortsatte: Därför måste ni låtsas att det även finns blå leksaksrutor, då kan ju Tilda lägga till blå rutor i den röda låtsasvärlden. Då vill hon nog se den. Och du kan ta bort röda rutor i låtsasvärlden...



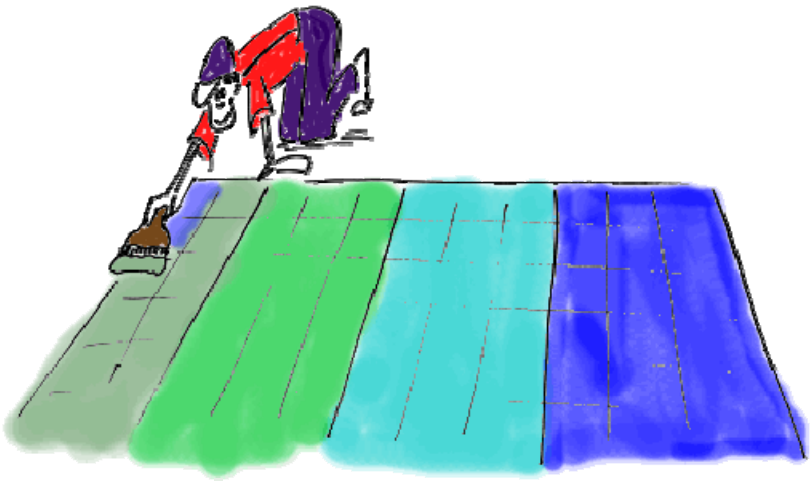
Bosse var redan halvvägs borta när Moster Minus ropade efter honom: Jag har en överraskning till, men den hade Bosse redan gissat! Det gick att ta bort de blå rutorna på Plus-gården, och under dem fanns det ännu fler röda rutor! Bosse hade aldrig försökt tidigare, eftersom han tänkt att det bara fanns röda leksaksrutor... Så skapades den röda Minus-världen, med sina blå Minus-rutor (efter moster Minus). Och så finns förstås också den verkliga, blå Plus-världen med de vanliga röda Plus-rutorna.

Bosse rusade ut till Tilda och berättade för henne om Moster Minus spel. Tilda tyckte det lät spännande med en låtsasvärld och ville absolut prova spelet med en gång. Bosse förklarade att om Tilda la ett blått tre –kort på den röda Minusgården så kunde han ta bort dem om han hade ett blått ta-bort kort med tre rutor. Om sedan lekgården var tom, ‚ja då fick han en stjärna. Tilda funderade ett tag och sa sedan: Om du tar bort två blå från Plus-världen då kan jag lägga till två blå och då får jag en stjärna. Båda barnen hade nu fattat och satte nu igång att spela.

2.2 Rutiga familjen packar pappas rutlådor

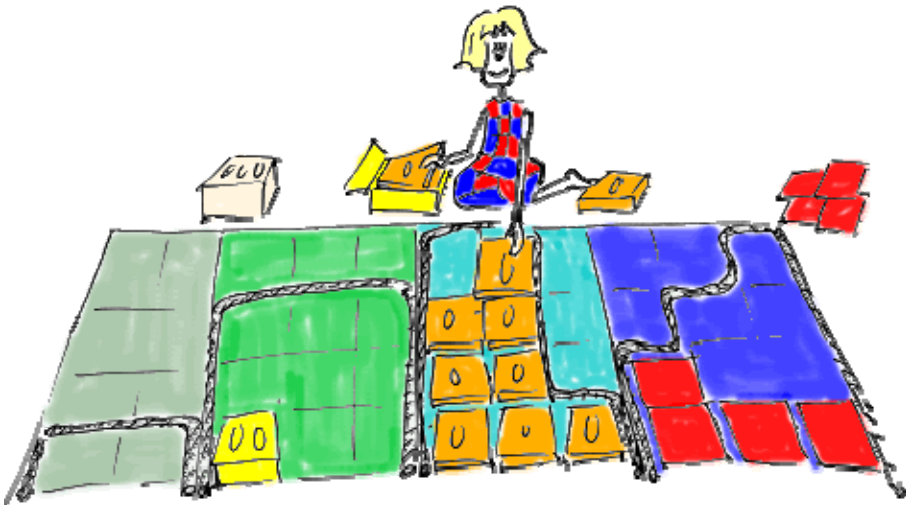
En dag hände något spännande på gården. Pappa kom hem med lådor i olika färger som röd, orange, gul, och vit. Vad ska vi med alla lådorna till, skrek alla barnen. Jo, sa pappa, jag tänkte ni ville ha dem när ni spelar era spel. Tilda upptäckte att det fanns 10 rutor i varje låda. Ja, ropade Tilda till sina syskon, nu kan vi hitta på ett nytt spel.

Alla barnen funderade och funderade. Pappa ler finurligt och går ner i källaren efter målarfärg. Nu målar jag om gården i olika färger, sa pappa. Gården såg nu mycket färggrann ut.



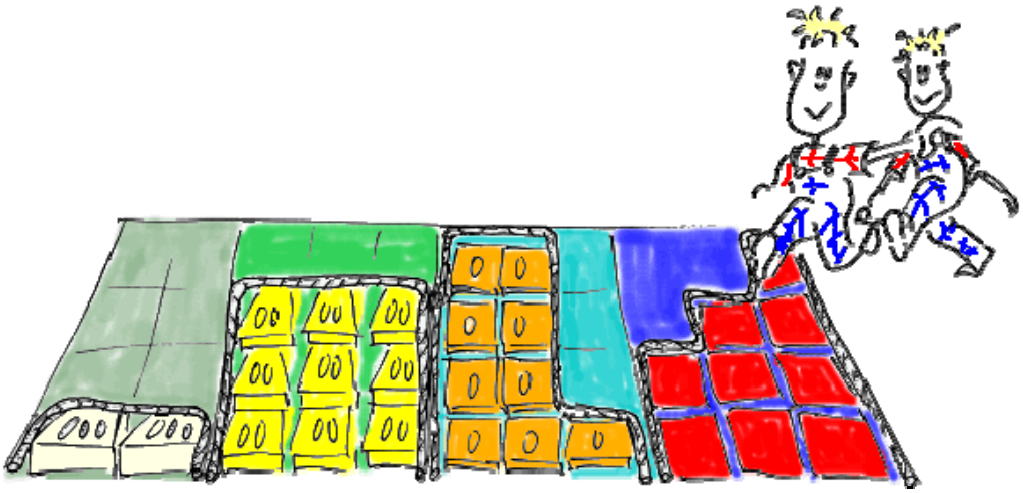
Eftersom det fick plats 10 rutor i varje låda kom Tilda på att varje färgat område bara fick innehålla 10 rutor. Om det var 9 röda rutor och någon la till en ruta skulle de packas ner och bli en orange.

Usch, sa Tina, det verkar krångligt. Nejdå, sa Tilda. Vi låter Krets ringa in två områden, ett till den blå och en till den turkosa lekgården. Nu gäller det att fylla områdena men blir det 10 i den röda så packar ner dem i en låda och får istället en orange. Ja, sa Tina (som nu började förstå), och av 10 orange blir det en gul.

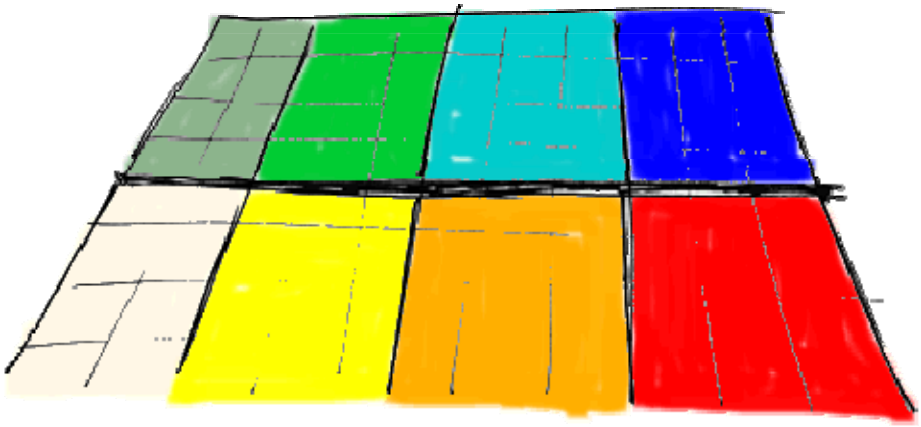


Båda tyckte att de kommit på ett jätte bra spel eftersom de tyckte så mycket om att packa ihop. När flickorna hade packat klart rusande de in för att dricka saft.

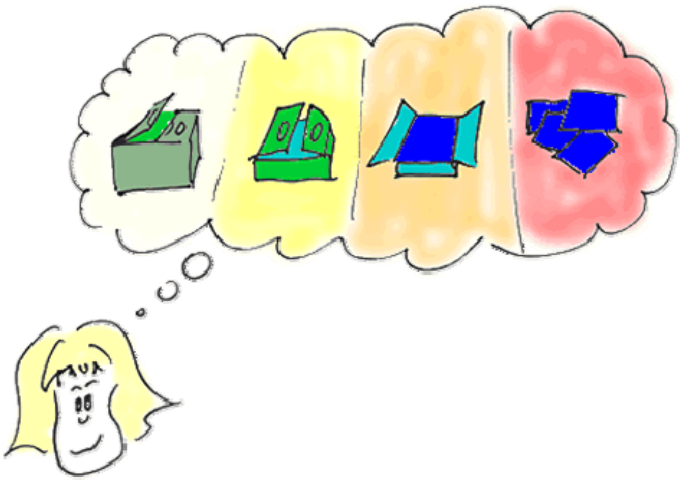
Bosse och Bert hade stått och smygtittat på flickorna när de packade. Kom, sa Bosse, vi packar upp lådorna. Pojkarna började spela med sina Bort-kort. De upptäckte att även de kunde spela detta roliga spel.



En dag var Tilda och Bosse ensamma hemma, de andra i familjen var ute och plockade svamp. Ska vi ta och prova Moster Minus spel med alla lådorna, frågade Tilda. Ja, svarade Bosse, men det gäller att vi båda kan se låtsasvärlden. Nu gällde det att tänka ordentligt för båda barnen var spelsugna. Om vi tänker oss en enormt stor färggrann lekgård, sa Tilda, där vi både kan lägga till och ta bort och naturligtvis ha lådor också.



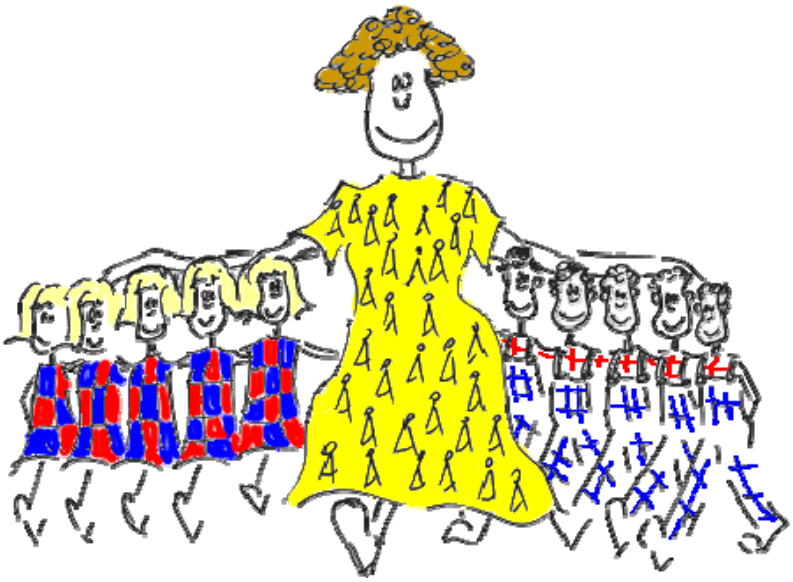
I låtsasvärlden blir 10 blå en turkos och 10 turkosa blir en grön, fortsatte Tilda. Barnen började spela men upptäckte snart att det var svårt att spela. De kom fram till att när de lagt ett kort så måste de se till att de antingen var i den verkliga världen eller i låtsasvärlden. Det gällde att packa och packa upp så att de befann sig i en värld innan de la nästa kort.



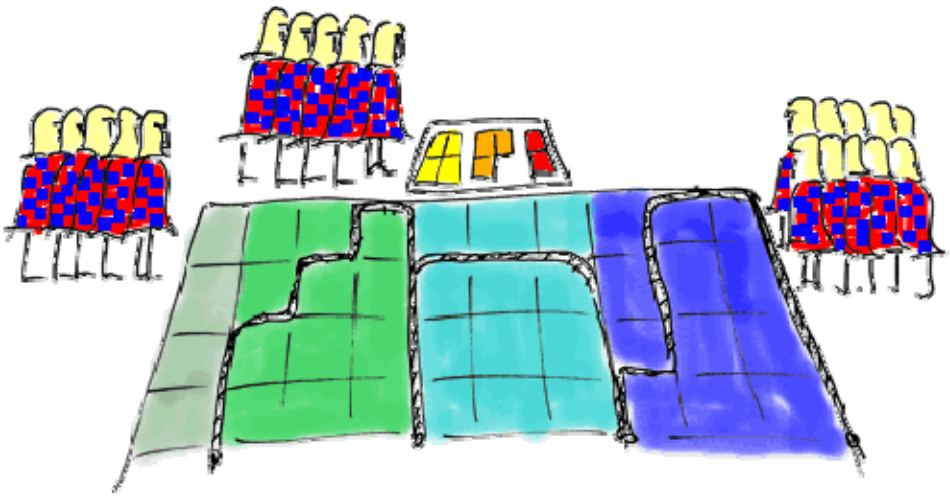
När de andra kom hem från svampskogen hade Bosse tröttnat på att spela. Tilda ropade på Tina – Kom och spela med mig! Bosse och jag har upptäckt ett nytt spel. Tilda förklarade hur de skulle spela och Tina blev jätteglad.

2.3 Kusinerna många gånger kommer på besök

Efter flera veckors spelande var barnen lite trötta på att bara kunna spela två och två. Snälla farbror Kort, bad Tilda, kan du inte hjälpa oss att komma på ett nytt spel där vi kan spela många samtidigt så vi kan vi hjälpas att packa. Just när hon sa det kom "Moster Många Gånger" med alla sina barn instormande på gården.



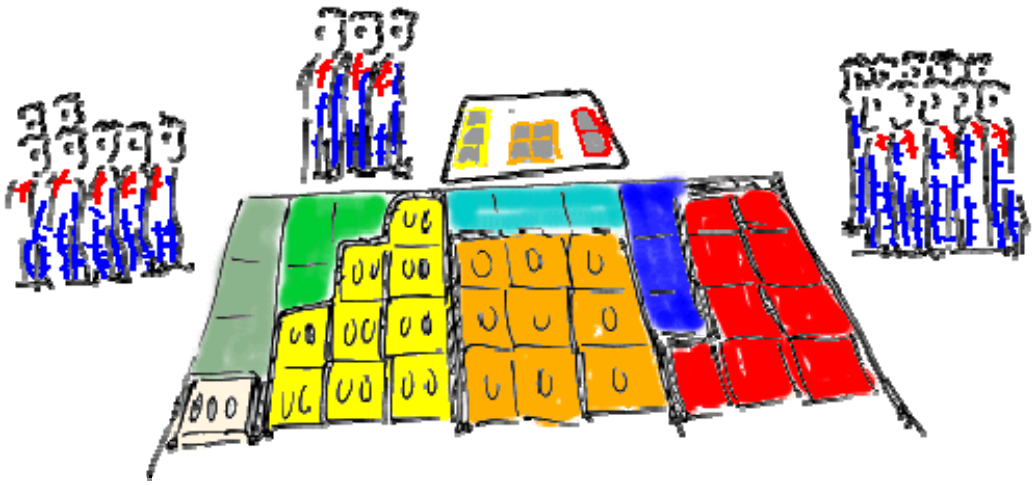
"Moster Många Gånger" blev jätte nyfiken på den färggranna gården och började med en gång fundera på ett nytt spel. Vi låter Krets ringa in två områden, sa Moster Många Gånger, och sedan står det 10 flickor på en sida och 10 flickor står på andra sidan. Tag ett Till-kort och bestäm sedan hur många flickor som skall lägga varsitt kort. Försök fylla Krets inhägnad och glöm inte att packa!!



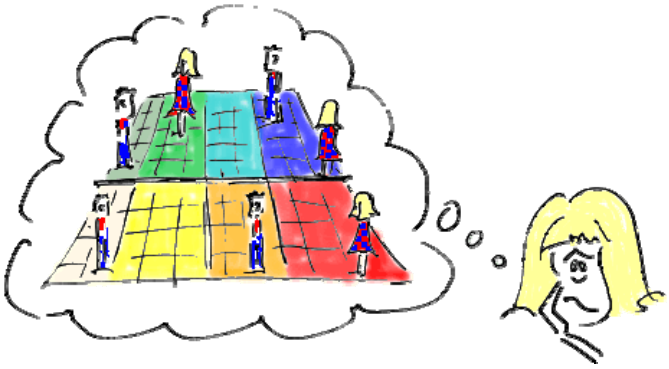
Nu blev pojkarna sura. Bosse sa; Varför får flickorna alltid prova på nya spel först? Nu vill jag att Morbror Minus Många Gånger kommer hit och hjälper oss.

Hej alla pojkar, behöver ni hjälp, frågade Morbror Minus Många Gånger.

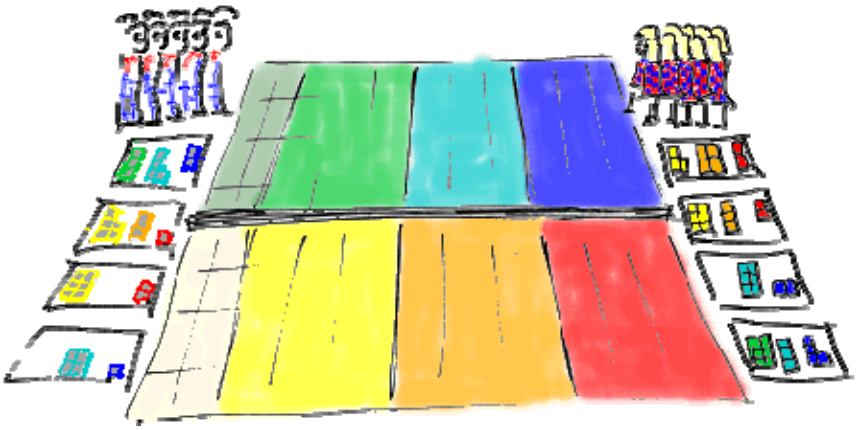
Ja, skrek alla pojkarna, vi tycker det är så himla orättvist. Men pojkar, nu får ni lugna ner er, jag tror att ni själva kan hitta på ett bra spel med era Bort-kort, sa Morbror Minus Många Gånger.



Alla barnen i Rutiga Familjen och deras kusiner sprang runt och spelade för fullt på lekgården, när någon plötsligt upptäckte att Tilda inte var med. De började ropa på henne: Tilda, var är du? De hörde ingenting och ropade igen: Tilda, Tilda, VAR är du?



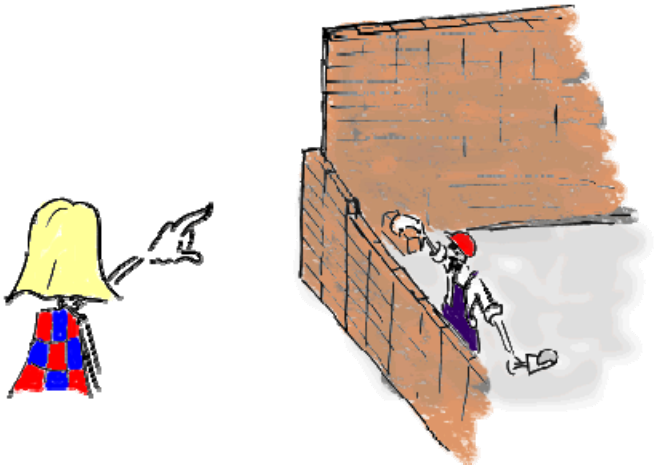
Efter en stund kom ett långsamt svar från Tilda som satt på en sten lite längre bort. Jag är här, ropade Tilda tillbaka, och fortsatte: Jag har funderat på ett nytt spel, där vi kan spela allihop tillsammans och använda både den verkliga lekgården och den färggranna låtsas gården... Tina blev glad och utbrast: Vad kul, hur går det till? Jo, sa Tilda, jag tänkte att vi kunde leka Moster Minus många gångers spel tillsammans allihop. Det låter krångligt, sa Tina lite tveksamt. Ja, men vi gillar ju när det är lite svårt, eller hur? försvarade sig Tilda. Och Tina var snart med på noterna: Okey, sa hon, så vi ska spela med pojkarna också? Javisst, alla kan vara med, sa Tilda, och förklarade spelet för de andra och barnen kastade sig iväg till lekgården för att spela det nya spelet.



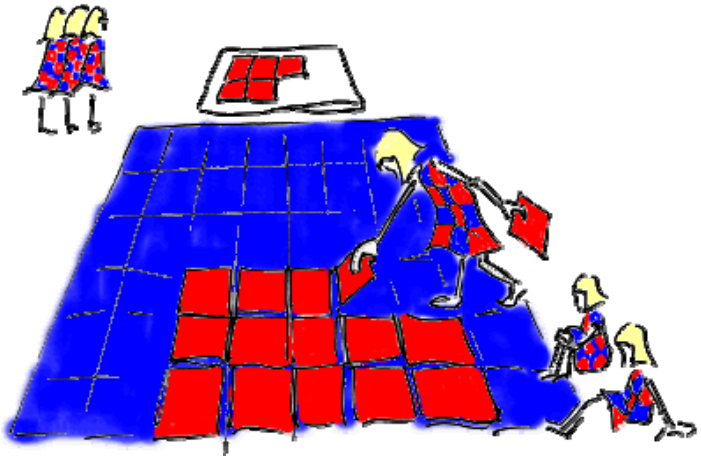
Efter en stund visste både flickorna och pojkarna att de kunde använda hela gården och spela antingen bara flickor eller bara pojkar men det gick också bra att spela tillsammans.

2.4 Rutiga Familjen leker byggjobbare

En dag satt alla barnen ute på gården och åt glass. Tilda sa: Nu har jag tröttnat på att spela i låtsasvärlden, jag längtar tillbaka till den verkliga världen och att bara spela på den blå lekgården. De andra flickorna höll med henne men Bosse var lite tveksam. Jag vill bara spela nya spel om de är rättvisa, sa Bosse. Tilda satt tyst och funderade. Samtidigt höll några byggubbar på att bygga ett nytt hus mitt emot Rutiga familjens gård. Tilda satt och tittade när de la dit den en tegelstenen efter den andra, och då fick Tilda en idé, tänk om de kunde spela ett spel där de kunde bygga med rutorna, precis som byggubbarna gjorde...

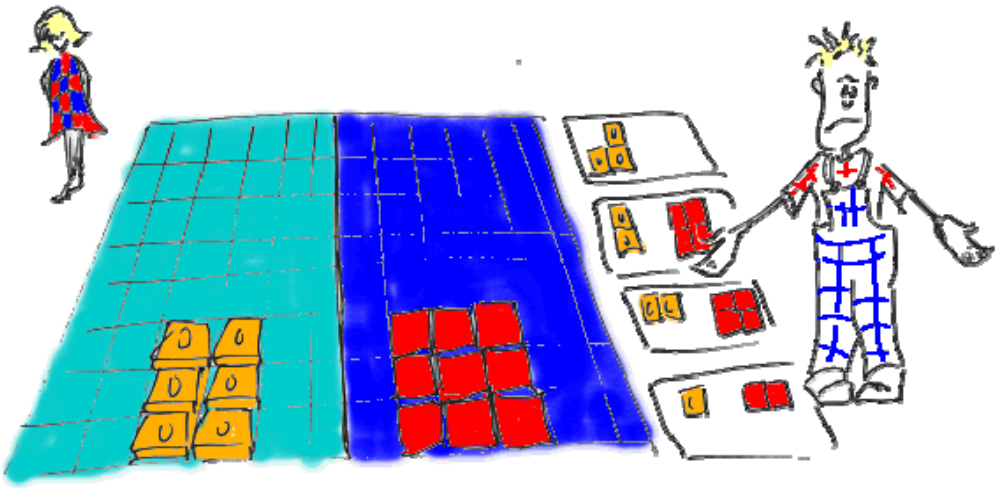


Tilda tänkte så det riktigt knakade, och efter en stund utbrast hon: Nu vet jag! Vi bygger fyrkanter! De andra barnen såg frågande ut, och Tilda förklarade: Vi flickor står på ena sidan med våra till-kort och ni pojkar står på andra sidan med era bort-kort. Vi flickor väljer ett kort och sen hur många som skall lägga det kortet. En i taget lägger sina rutor på en rad, nästa lägger ovanpå de andras, tills alla har lagt sina rutor. Då blir det alltid en fyrkant!



Okey, sa Bosse som nu blivit nyfiken, vad ska vi göra då? Tilda fortsatte ivrigt: Ni pojkar bestämmer sedan hur många pojkar som skall ta bort rutor och ni kan också försöka bygga om rutorna till en fyrkant som passar med något bort-kort ni har. Om ni kan ta bort alla rutorna precis så får ni en guldstjärna, annars så får vi det! Det är också väldigt viktigt att städa gården efter varje omgång, så att den är tom när vi flickor börjar bygga fyrkanten, men om vi hjälps åt blir det inte så jobbigt, sa Tilda. Barnen började spela och gården fylldes snart av skratt och skrik.

Nästa dag fortsatte barnen att spela men efter ett tag tröttnade de. Tänk om vi skulle ta och använda rutlådorna i det här spelet, sa Tina. Ja, och använda den turkosa spelgården igen, det vore roligt, sa Bosse. Barnen satte genast igång att spela. Flickorna bara vann hela tiden och nu blev Bosse sur. Jag vill inte spela mer för det här är inget rättvist spel, sa Bosse. Han fortsatte: Det är inte svårt att bygga fyrkanter, men vi har ju ALDRIG något bort-kort som passar, så det är inget kul.

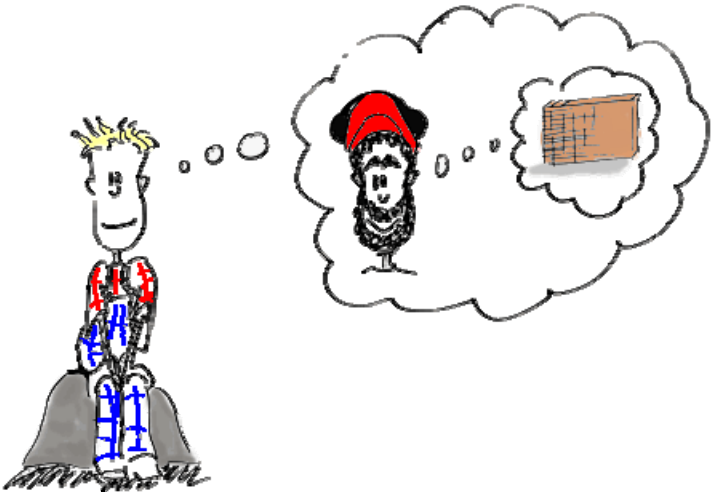


Morbror Kort hade suttit och sett på när barnen spelade. Han smög nu in i huset och hämtade sin trollerilåda. Kom barn, sa Morbror Kort, så skall jag visa er något. Han plockade upp en kortlek med festliga hattar och kaniner på ur trollerilådan, och viskade till barnen: Det här är ingen vanlig kortlek skall ni veta – utan magiska trollkort!

De är magiska för att man kan få dem att bli precis det man vill att de ska bli. Hur då, undrade Benny? Morbror Kort förklarade: Tänk på något av era bort-kort Benny, men säg inte vilket. Är du klar? Benny nickade. Simsalabim – sa morbror Kort och vände på trollkortet så att alla barnen kunde se. Benny bara gapade och fick till slut fram: Men, men det var ju DET kortet jag tänkte på! Just det, sa morbror Kort, jag sa ju att de var magiska! Så pojkar, fortsatte han, ni kan få låna mina trollkort och spela med. Om ni lyckas att bygga rutorna i en fyrkant och tar ett av trollkorten så kommer det magiskt nog att passa precis! Pojkarna blev överlyckliga och sprang iväg till lekgården, men flickorna såg däremot lite trumpna ut och stannade tveksamt kvar. Men, började Tilda, men blir det inte orättvist för oss då, morbror Kort? Hon visste inte riktigt varför hon trodde det, men hon hade en känsla av att pojkarna alltid skulle vinna om de hade de magiska trollkorten. Morbror Kort log finurligt och sa: Du har alldeles rätt Tilda, om pojkarna kan bygga fyrkanter med rutorna, så kan de alltid ta bort alla precis med trollkorten, men om de inte alltid kan bygga fyrkanter så... Tilda förstod inte riktigt så morbror Kort fortsatte: De skall inte få välja helt själva hur många som skall vara med och ta bort rutorna, och då går det inte alltid att bygga fyrkanter, så då ska ni se att spelet blir rättvist. Tilda förstod fortfarande inte riktigt hur morbror Kort menade, men hon litade på honom och uppmanade de andra barnen: Kom, så provar vi det nya spelet! Och de gjorde de, både länge väl, och tänka sig de vann nästan precis lika många gånger var!

Efter några veckor var huset mittemot lekgården färdigtbyggt, och under tiden hade barnen i Rutiga Familjen blivit riktiga experter på att bygga fyrkanter med sina rutor. Bosse kände att han nog kunde klara sig utan att bygga fyrkanter ett tag nu, uppriktigt sagt var han ganska trött på att flytta runt rutor till nya fyrkanter på lekgården.

Han gick och pratade med Tilda, det var ju faktiskt hon som hade hittat på spelet från början. Tilda, är inte du också lite trött på att bygga fyrkanter, undrade Bosse försiktigt. Tilda erkände att hon faktiskt var det. Ja, fortsatte Bosse, och så har vi liksom fattat hur det fungerar nu – om man kan bygga en fyrkant med så många rader som vi är pojkar, då kan vi dela rutorna rättvist, annars kan vi inte det. Så måste vi verkligen bygga fyrkanterna, man kan ju försöka tänka sig om det går utan att behöva flytta runt rutorna och rutlådorna hela tiden, eller vad tror du? Jo, sa Tilda fundersamt, du menar att vi spelar spelen precis som förut, fast vi struntar i att bygga fyrkanter utan vi packar och packar upp i lådorna som vanligt istället? Ja, just det, sa Bosse ivrigt, och så får vi försöka tänka oss om det går att bygga fyrkanter istället för att faktiskt bygga dem, precis som jag är säker på att byggubbarna kan tänka sig hur deras tegelväggar ska bli utan att bygga dem. Kan dom så kan väl vi, eller hur?!

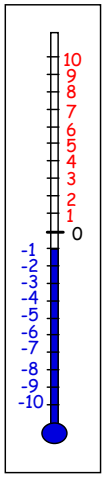


Jo, började Tilda lite tveksamt, lite svårare blir det ju, men det blir ju också mer spännande så... och så slipper vi bygga fyrkanter... Vi provar, vet jag, tjoade Tilda. Ja, det tycker jag med, skrek Bosse tillbaka, för han hade redan försvunnit för att hämta de andra pojkarna, så att de kunde spela det nya spelet med en gång. Och vad jag vet, så spelar barnen i Rutiga familjen forfarande det spelet eller något annat av sina alla rutspel.

--- SLUT ---

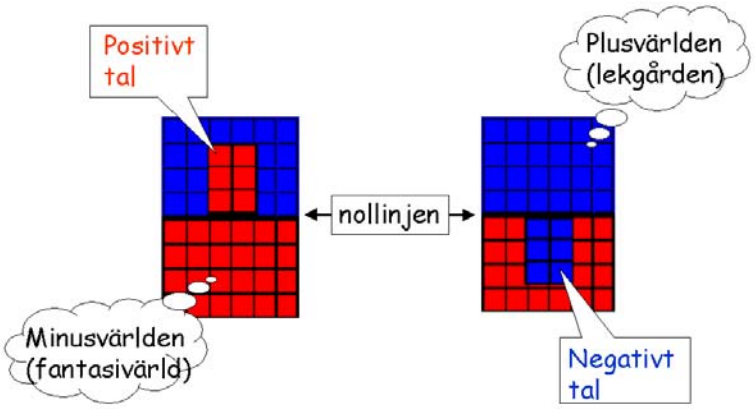
3 Den grafiska modellen – en grafisk illustration av idévärlden

Grundidén med den grafiska modellen är att ha några enkla byggstenar som man kan bygga tal av, så att man får en tydlig bild av ett tal. Att byggstenarna blev rutor beror på att de är enkla att sätta ihop till större enheter och att de flesta barn är vana vid att bygga med klossar och legobitar och andra fyrkantiga objekt sedan tidigare. Positiva och negativa tal är ju varandras motsatser, så vi valde att illustrera detta med två "motsatsfärger", rött för positivt tal och blått för negativt tal, eftersom om mindre barn har kommit i kontakt med negativa tal någon gång så är det oftast via temperaturen ute, där dessa färger är vanliga. För att ha någon tydlig plats att bygga "ruttal " på och för att kunna illustrera 0 (dvs. inga rutor) på ett tydligt sätt, behövde vi ett rutigt område som fungerar som basen för att bygga tal på. I sagan presenteras detta område som barnens rutiga lekgård, och i spelen fungerar området som spelbräde på vilken båda spelare lägger till och tar bort rutor ifrån.

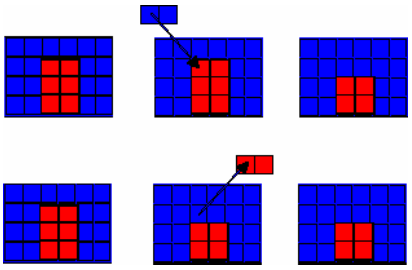


3.1 Talområdet – Spelbrädet

I matematikens värld, är det ju så att positiva tal och negativa tal är varandras motsatser, och addition och subtraktion är varandras motsatta operationer , dvs. om man lägger till något så kan man göra det ogjort genom att ta bort detta något, och tvärtom. Eftersom modellen skall stämma med matematikens egenskaper, är den uppbyggd på följande sätt:



Positiva tal är röda och finns alltid över mittlinjen (nollinjen), och negativa tal är blå och finns alltid under nollinjen (jmf. med en termometer). För att operationerna "lägga till" och "ta bort" röda eller blå rutor skall bli varandras motsatser, krävs det att spelbrädets halvor har motsatt färg till talen, dvs. den övre halvan måste vara blå och den undre måste vara röd. Varför? Jo, om operationen att lägga till två blå rutor skall bli samma sak som att ta bort två röda, så måste det vara blå rutor under de röda och tvärtom (se bild till höger).



Detta ger en modell med en enda regel att komma ihåg – rött på blått och blått på rött!

3.2 Siffror – grupper av rutor

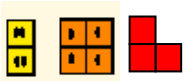
Ett tal i modellen är en grupp av rutor, där rutorna sitter kloss an till varandra, så att man tydligt kan se att de bildar en enhet. Antalet rutor som finns i gruppen är förstås talets storhet (dvs. 3 för både talet 3 och -3), men hur rutorna sitter ihop i gruppen kan variera, så att t.ex. båda två varianter av blå rutgrupper till höger står för talet -3. Vi har medvetet valt att formen på rutgruppen kan variera, så att barnen inte fastnar vid en enda bild och lär sig den, utan tanken är att de skall få en känsla för storleken och lär sig uppskatta hur stor gruppen är, för att träna talförståelsen.

3.3 Decimalsystemet

Som vi nämnt tidigare, illustreras decimalsystemet idémässigt av ett system med rutor och rutlådor. Ental är enkla rutor, som kan packas i rutlådor (10 stycken får plats) vilka är 10-tal. Dessa rutlådor kan i sin tur packas i större lådor för att få 100-tal, osv. (se mer om packning nedan i avsnitt 3.3.1).

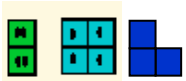
I den grafiska modellen, där vi alltid ser rutorna uppifrån, ser man ingen skillnad på rutor och rutlådor, annat än färgen (det finns en poäng med detta som vi återkommer till nedan). Vi har valt en varm färgskala för de positiva enheterna

(gult, orange, rött),



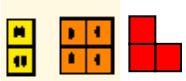
och en kallare för de negativa

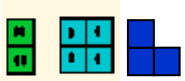
(grön, turkos, blå),



igen för att associera till varm och kall temperatur. För att inte enbart skilja ut olika enheter med färg (problem för färgblinda och svartvita bildskärmar), så finns det små svarta ovaler på rutorna – dessa är tänkta att symbolisera antal nollor som enheten har – dvs. en nolla i 10-tal, två i 100-tal etc.

Rutgruppens placering spelar också roll – precis som siffrornas placering i ett tal. Ju större enhet, desto längre till vänster, precis som i vanliga tal. Enbart rutor av samma typ kan byggas ihop till en grupp – så varje rutgrupp motsvarar en siffra i talet :

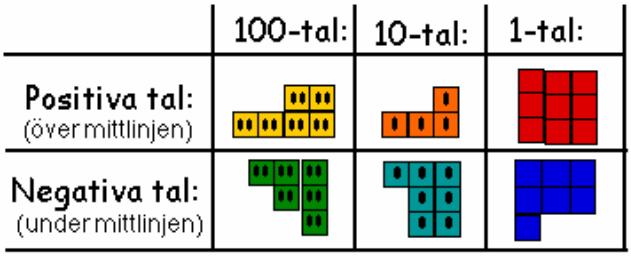
 = talet 243

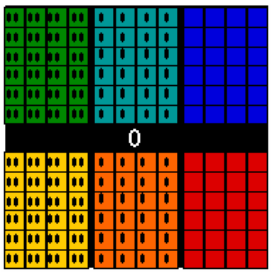
 = talet -243

Poängen med att rutlådorna ser likadana ut som rutorna (förutom färgen och ovalerna på), är att detta motsvarar precis hur det är i det vanliga decimalsystemet med siffror – det finns ju ingen skillnad på 4:orna i 424, annat än deras placering i talet, och ändå så står de för så olika stora tal. Detta är ju begreppsmässigt lite lurigt, och det är detta som vi försökt fånga i vår modell med lådsystemet – i spelen ser barnen hur lådorna packas i och ur rent visuellt – vilket gör att de snart lär sig att en gul låda innehåller 10

orange lådor som var och en i sin tur innehåller 10 röda rutor, men att de ser lika stora ut ändå! Denna egenskap i decimalsystemet är svårt att fånga med fysiska modeller.

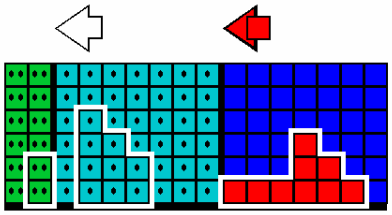
Sammanfattningsvis är alltså decimalsystemet uppbyggt som på bilden nedan, med sitt motsvarande spelbräde till höger på bilden (jmf tidigare motivering, avsnitt 3.1)

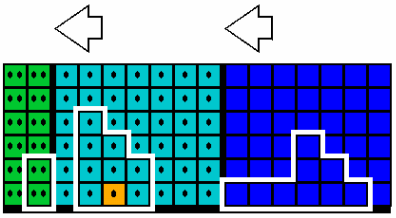




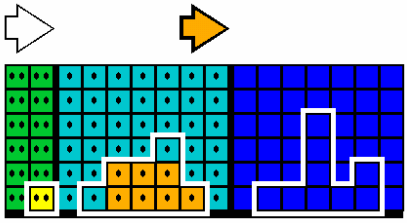
3.3.1 Växling mellan enheter – packa och packa upp rutor i/från rutlådor

Precis som i decimalsystemet är en enhet "full" när det finns 9 stycken rutor i den enheten. När t.ex. den 10:e röda rutan av samma färg läggs till, så måste de 10 röda rutorna packas ihop till en orange rutlåda, vilket görs med hjälp av packa-pilarna ovanför enheten på spelbrädet (se övre bilden till höger: packa-pilen är här rödmarkerad och den 10:e röda rutan sitter fast där). Genom att klicka på den röda pilen packas de 10 rutorna ihop till en orange rutlåda som sedan ramlar ner i enheten för 10-tal, dvs. det turkosa spelfältet (se nedre bilden till höger). Denna operation animeras i spelet, så att barnen kan se hur de tio rutorna förvandlas till en orange rutlåda, för att de skall förstå vad som händer.





På motsvarande sätt kan en orange rutlåda packas upp, när spelaren spelar minus och skall ta bort röda rutor fast det inte finns några (synliga) röda rutor men däremot orange rutlådor. Då tänds den orange packa-upp pilen, och om spelaren klickar där så packas en orange rutlåda upp och 10 röda rutor ramlar ner till enheten under (det blå spelfältet på bilden till höger).



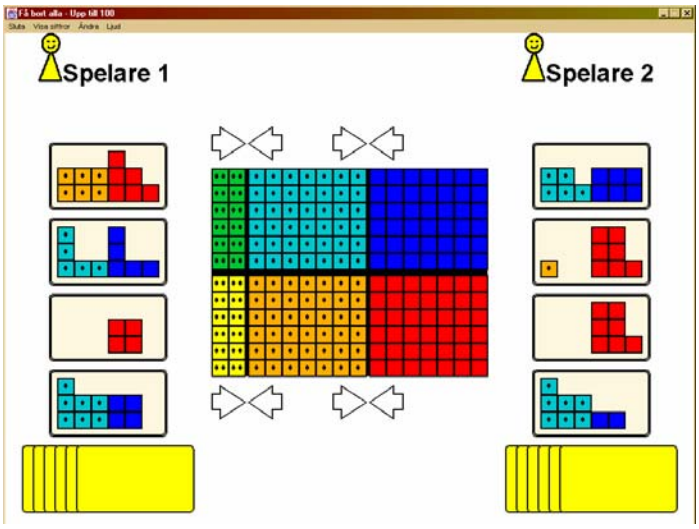
I exemplen ovan så har vi visat bilder från spelet "Inom repet", som just är till för att träna sig på att förstå decimalsystemets uppbyggnad med bara positiva tal. De inringade områdena (förutom den längst till vänster som är en extra enhet), ringar alltid in precis 9 stycken rutor, just för att barnen skall lära sig att en enhet är full efter 9 rutor.

I andra spel som "Få bort alla", finns inte några inringade områden och det finns både packa och packa-upp pilar, eftersom det kan vara aktuellt att antingen packa eller packa upp en rutlåda.

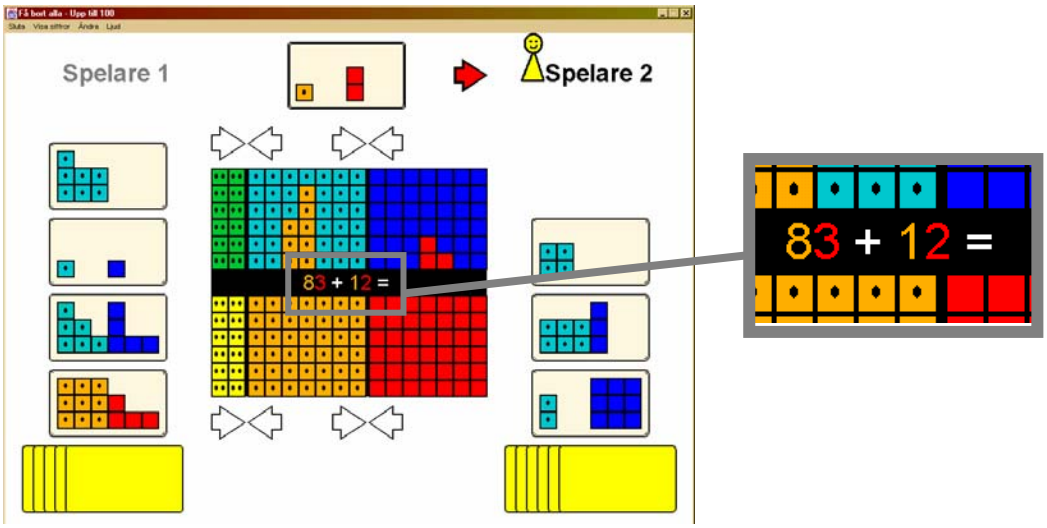
3.4 Kopplingen till tal med siffror

Som tidigare nämnts i kapitel 1.5, så kan siffror introduceras stegvis när barnen är mogna för detta. Det finns följande 4 olika nivåer:

1. Inga siffror och symboler visas alls, dvs. allt visas enbart i rutmodellen:



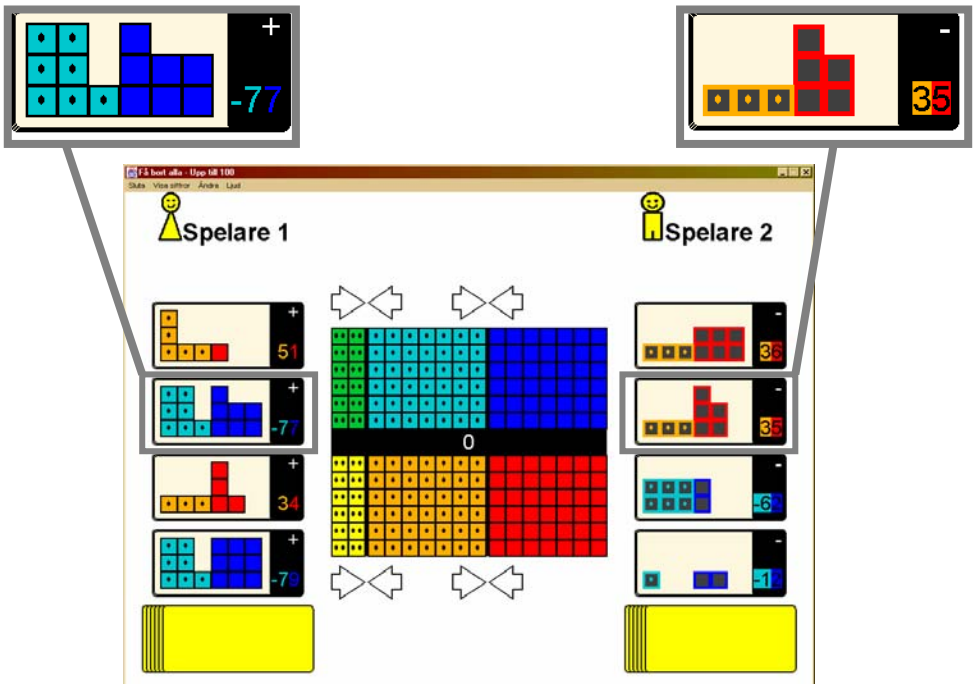
2. När rutor läggs till och tas bort från spelbordet, visas uträkningen med vanligt matematiskt språk, dvs. med siffror och symboler. Siffrorna är färgkodade för att tydligare kopplas till de färgade rutorna. I exemplet nedan ligger t.ex. redan 8 orange rutlådor och 3 röda rutor på spelbrädet, dvs. spelbrädet har värdet 83, och på kortet finns 1 orange rutlåda och 2 röda rutor som skall läggas till, dvs. 83 + 12 i vanligt matematiskt språk.



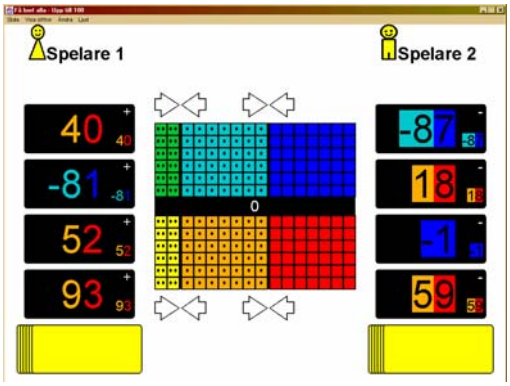
3. Förutom att uträkningen visas som i exemplet ovan, visar korten (som innehåller tal i rutmodellen) även motsvarande tal med siffror, på den här nivån. I exemplet nedan så spelar t.ex. spelare 1 plus och har alltså plus-kort (kort med ifyllda rutor). Det vänstra förstorade kortet har både 7 turkosa och 7 blå rutor/rutlådor, dvs. det representerar talet –77 (minus eftersom det är

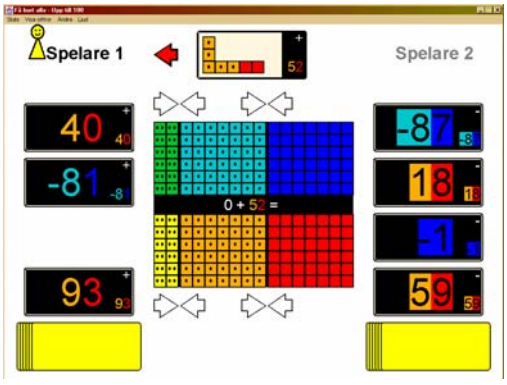
minusfärger), vilket också står i det svarta fältet till höger på kortet. Plus-tecknet uppe i det högra hörnet visar att det är ett plus-kort, dvs. att rutorna skall läggas till på spelbrädet.

Spelare 2 däremot spelar minus och har istället kort med tomma rutor eftersom rutor skall tas från spelbrädet och läggas på kortet. Det förstorade kortet till höger representerar talet 35, men det är 35 som skall subtraheras från spelbrädets värde, vilket också indikeras med minustecknet upp i det vänstra hörnet.



4. Förutom att visa uträkningen på mittlinjen som på nivå 2, visar denna nivå kortens värde *enbart* med siffror till att börja med, så att användaren själv måste tänka ut hur det ser ut med rutor för att "se" hur rutorna passar på spelbordet (se bild till vänster nedan). När spelaren väljer ett kort och det läggs upp vid spelbrädet visas talet med både rutor och siffror (se bild till höger nedan).





3.5 Räknesätten – barnen utför handlingar med rutorna

De 4 räknesätten som behandlas i Rutiga Familjen – addition, subtraktion, multiplikation och division representeras av olika handlingar som barnen utför med sina rutor och rutlådor. Syftet med detta är att ge intuition för att räknesätten är operationer (dvs. är handlingar som utförs) på tal och att handlingen är densamma oavsett om talet är positivt eller negativt. Addition är alltså alltid att lägga till rutor, rutorna kan sedan vara plusrutor eller minusrutor, men handlingen (operationen) är alltid detsamma. Likaså är subtraktion alltid att ta bort rutor, oavsett om det är plus- eller minusrutor som tas bort. Att det sedan har precis samma effekt att lägga till röda plus-rutor som det har att ta bort blå minus-rutor, är en följd av att de negativa talen är de positiva talens spegelbild och subtraktion är precis omvända operationen mot addition. Detta är alltså motiveringen till den matematiska teckenregeln

$$- - = +$$

vilket är något som barnen kan upptäcka själva genom att spela spelen. (På motsvarande sätt kan givetvis de andra teckenreglerna upptäckas).

I sagan är det flickorna som alltid lägger till rutor, och pojkarna som tar bort rutor. Detta val är gjort för att flickorna skall vara initiativtagare (se vidare motivering till detta i kapitel 1.4.3), eftersom addition som begrepp kommer före subtraktion. Denna uppdelning har gjort att en del (mest vuxna men) reagerat, men poängen med modellen är ju just att visa att både flickor och pojkar kan uppnå precis samma sak fast på olika sätt. För att t.ex. skapa fler blå rutor på spelbordet lägger flickorna till blå rutor medan pojkarna tar bort röda, men effekten är precis densamma.

Innan multiplikation och division introduceras, har vi lagt till en kategori med spel som bygger på operationerna upprepad addition och upprepad subtraktion. I sagan är det då flera flickor eller pojkar spelar ihop, och de är flera som lägger till (respektive tar bort) samma kort, dvs. additionen (subtraktionen) upprepas ett antal gånger. Hur addition och multiplikation hänger ihop är kanske inte så konstigt (multiplikation *är* upprepad addition), men upprepad subtraktion är ju bara detsamma som division när det går jämt ut, annars är det bara upprepad subtraktion. Syftet med att ta detta mellansteg är för att ändå försöka ge intuitionen att subtraktion och division hänger ihop på detta sätt.

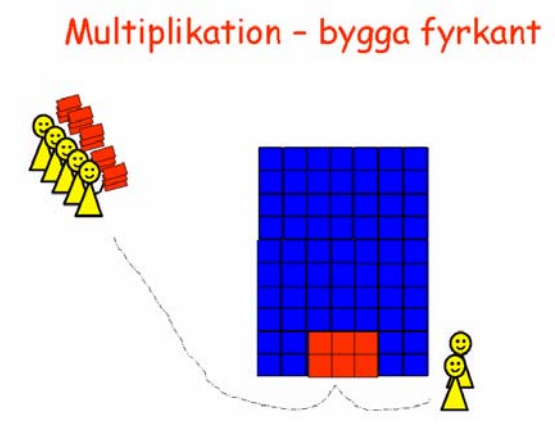
en flicka representerar räknesättet plus

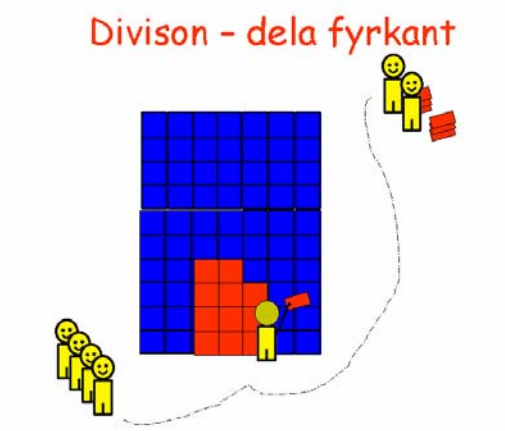
en pojke representerar räknesättet minus

flera flickor representerar multiplikation (och upprepad addition)

flera pojkar representerar division (och även upprepad subtraktion)

För att få en förståelse för att multiplikation är antal rutor (arean) i en fyrkant, och att division går jämt upp bara då det går att bygga en fyrkant med rätt bredd och höjd, finns det spel där rutorna på spelbrädet alltid organiseras i fyrkanter. Multiplikation är när ett antal flickor lägger till samma kort, och de kommer att lägga alla sina rutor på en rad var, vilket gör att det alltid bildas en fyrkant (se vänstra bilden nedan). Pojkarnas uppgift (som spelar division) är att försöka hitta ett antal pojkar och ett kort som delar rutorna precis jämt, dvs. att det går att bygga en fyrkant med höjden = antal pojkar och bredden = antal rutor på kortet (se bilden till höger nedan).

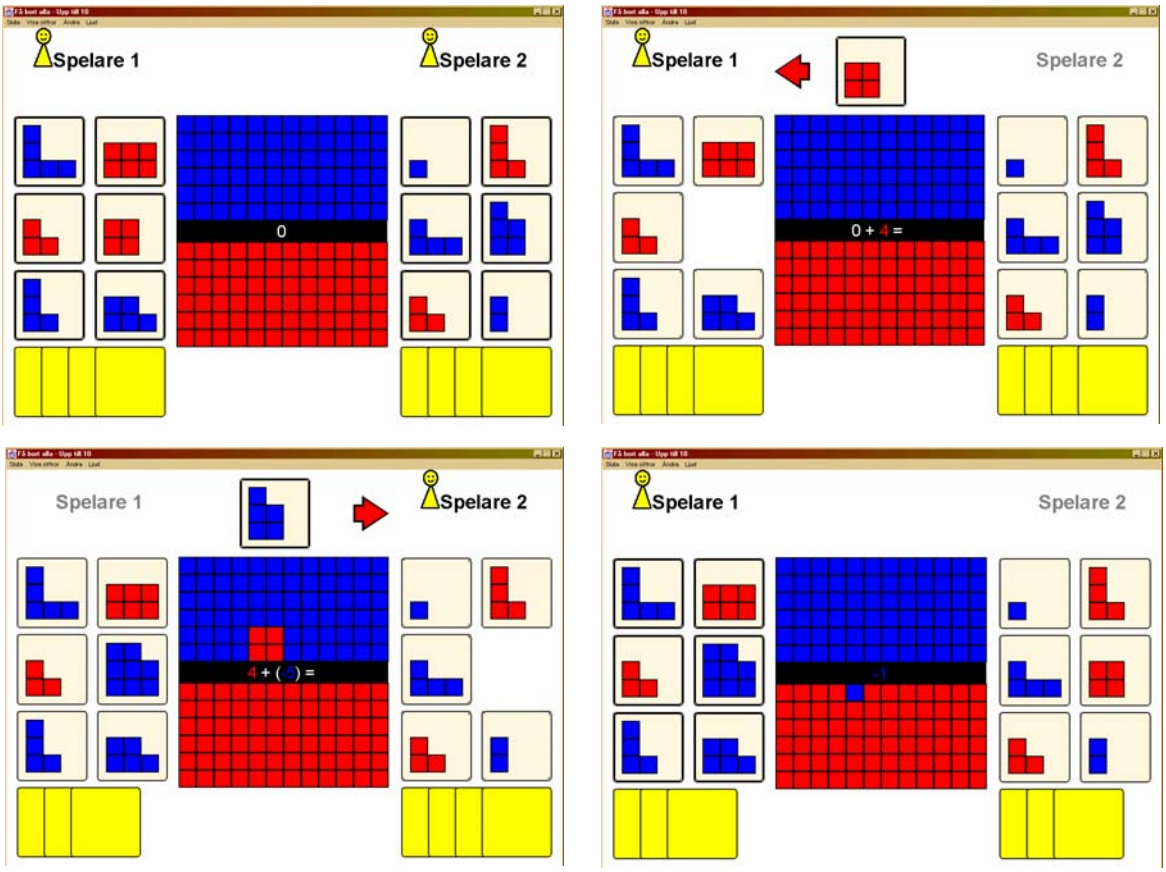




4 Spelen i Rutiga Familjen – en träning i att förstå hur idévärlden är uppbyggd

Spelen i Rutiga Familjen är en kombination av kort och brädspel, och man är alltid två spelare som spelar. Varje spelare "är" ett räknesätt, dvs. om spelaren "är" addition så lägger den spelaren alltid till rutor till spelbrädet, och om spelaren är subtraktion tar den alltid bort rutor från spelbrädet. Om spelaren spelar upprepad addition eller multiplikation, så lägger den spelaren till samma kort ett antal gånger, och på motsvarande sätt om spelaren är upprepad subtraktion eller division så tar den spelaren bort samma kort ett antal gånger.

Spelbrädet representerar också ett tal. När spelet startas är spelbrädet tomt, vilket betyder att det står för talet 0. När sedan ett kort läggs till (eller tas bort), så adderas (subtraheras) kortets tal till spelbrädet som då blir resultatet av beräkningen. I bildserien nedan, till exempel, så börjar spelet med ett tomt spelbräde, sen adderas 4 röda rutor (0 + 4 = 4), och i nästa bild adderas 5 blå rutor (4 + -5 =), vilket ger resultatet –1 som visas i sista bilden.



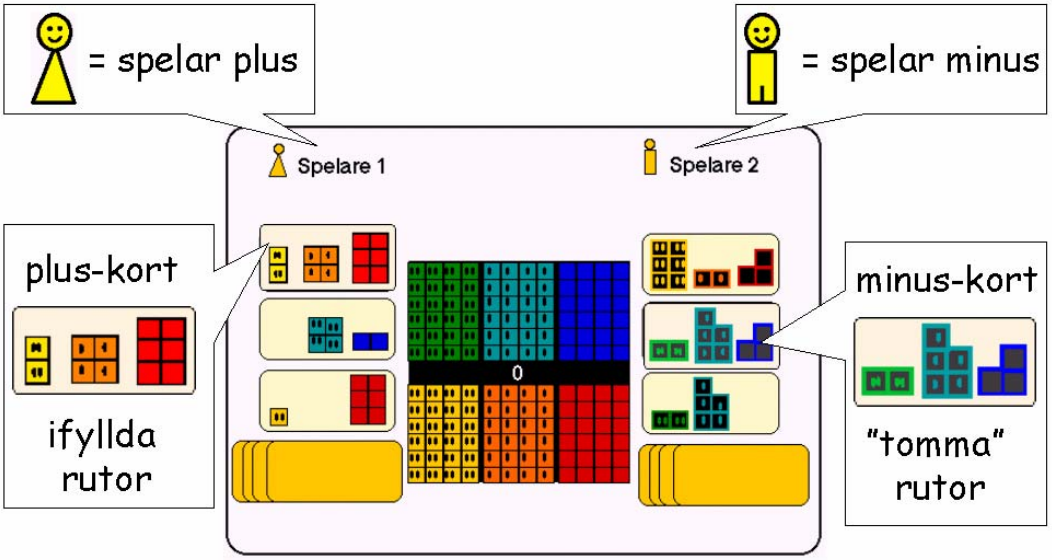
I de flesta spel kan spelarna välja att spela med eller mot varandra, och varje spelare kan välja hur mycket som han/hon vill göra själv och hur mycket som skall göras automatiskt. Nivån gör inte att det blir svårare, utan är till för att man i början skall

göra varje steg själv för att hänga med på vad som händer, men när man vet det så kan mycket väl detta skötas automatiskt av programmet. T.ex. på den mest manuella nivån så skall spelaren först välja kort, sen plocka en ruta i taget från kortet och lägga den på spelbrädet, sedan städa bort det lagda kortet och slutligen lägga upp ett nytt kort från sin korthög. På den mest automatiska nivån väljer spelaren enbart vilket kort som skall läggas och resten görs utan involvering av spelaren.

Alla spel kan spelas genom att prova och experimentera sig fram, och det går alltid att bara välja ett kort, vilket som helst. För att spela bra däremot krävs både strategiskt tänkande och (huvud)räkning, och motivationen att tänka och räkna efter kommer alltså från spelarens (förhoppningsvis) egna önskan att spela bra.

4.1 Allmänt om idéer och principer

Spelen är alla uppbyggda på samma sätt, med det gemensamma spelbrädet i mitten och en spelare på var sida om spelbrädet. Framför spelarens namn finns en symbol (se kapitel 3.5) som visar vilket räknesätt spelaren spelar. I de flesta spel kan vilken spelare som helst börja, och spelarna turas sedan om att lägga kort tills spelet är slut. Den spelare som får lov att spela, vilket oftast är båda vid spelstart, är markerad aktiv och dess kort är markerade med extra tjock svart kant runt korten vilket betyder att de kan väljas. Den spelare som är passiv är skuggad. Spelarna har sina kort under namnet, och har alltid lika många platser var för uppvända kort. Eventuella övriga kort ligger nedåtvända (med gul baksida) i en trave under de uppvända korten.



Några principer som gäller för alla spel:

- Allt som går att klicka på är markerat på samma sätt, med en extra tjock svart kant runt objektet.
- Allt som går att klicka på får man göra och allt man får göra går att klicka på, dvs. man kan i princip inte "göra fel".
- Eftersom ljud kan bli ganska irriterande efter ett tag (eller inte är lämpliga i en klassrumssituation) går det att välja Ljud på menyraden, och där stänga av och sätta på enskilda ljud efter egna önskemål.
- Hastigheten på animationerna (rutorna som flyttas mellan spelbräde och kort) kan ställas in i tre nivåer – sakta, mellan och snabbt – genom att välja Hastighet på menyraden.
- Det pågående spelet kan alltid avslutas (och återgå till huvudmenyn) genom att gå in på *Sluta* i menyraden, och sedan välja *Sluta detta spel*, alternativt kan hela programmet avslutas genom att välja *Sluta helt*.
- Alla spel går ut på att få så många guldstjärnor som möjligt, men hur man får dessa varierar mellan de olika spelen (se kapitel 0 för detaljerade spelbeskrivningar).

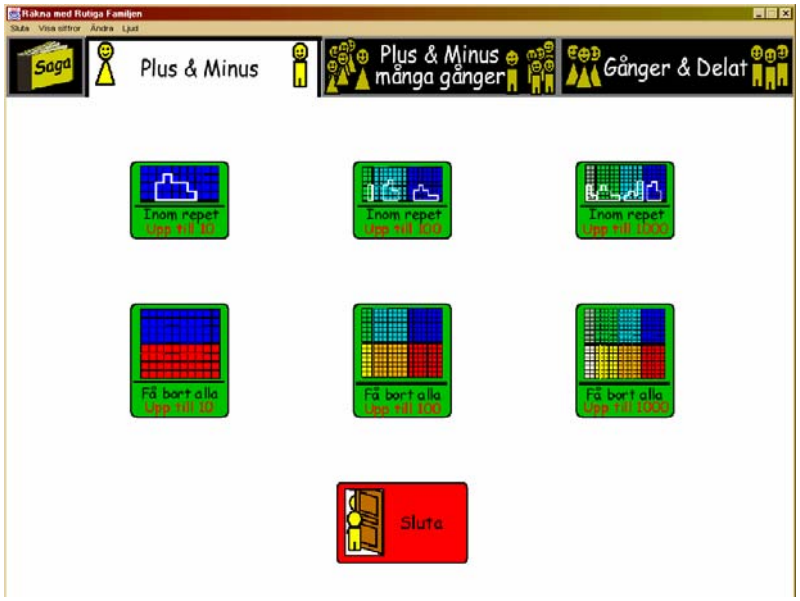
4.2 Spelkategorier

Spelen är indelade i tre huvudsakliga kategorier, beroende på de räknesätt som spelen behandlar, och är spel med addition och subtraktion, spel med upprepad addition och subtraktion och spel med multiplikation och division. Inom de två första kategorierna finns spel med bara positiva tal (Inom repet) och med både positiva och negativa tal (Få bort alla). I den sista kategorin som behandlar multiplikation och division finns också två typer av spel, som båda behandlar bara positiva tal. Detta är bara en översikt över de olika spelkategorierna och speltyperna, för mer ingående beskrivningar av varje spel se kapitel 0.

4.2.1 Spel med addition och subtraktion

För att komma till dessa spel väljer man fliken med Plus & Minus.

Det finns två typer av spel i den här kategorin, Inom repet och Få bort alla, och dessa kan spelas med enbart ental (upp till 10), med ental och tiotal (upp till 100) eller även med hundratal (upp till 1000). inom repet går i princip ut på att fylla i de inringade områdena exakt, respektive att tömma dem exakt. I Inom repet spelar alltid båda spelare samma räknesätt, så båda är antingen plus eller minus.



Inom repet - spel med bara positiva tal

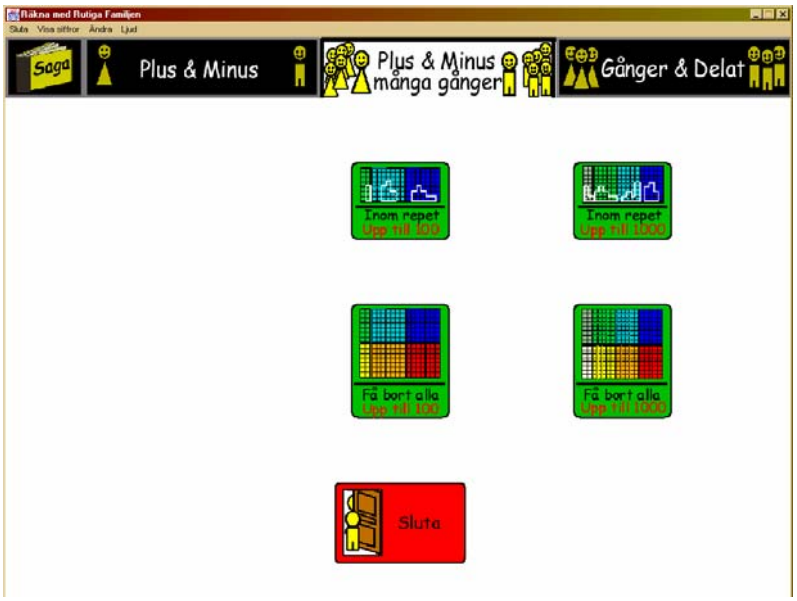
Få bort alla – spel med positiva och negativa tal

Upp till 10 **Upp till 100** **Upp till 1000**

4.2.2 Spel med upprepad addition och subtraktion

För att komma till dessa spel väljer man fliken med Plus & Minus många gånger.

I den här kategorin finns precis samma spel som i Plus och Minus kategorin, skillnaden är att spelaren inte bara väljer ett kort, utan även hur många flickor respektive pojkar (mellan 1 och 10) som skall lägga detta kort, så att operationen blir upprepad så många gånger.



Inom repet - spel med bara positiva tal

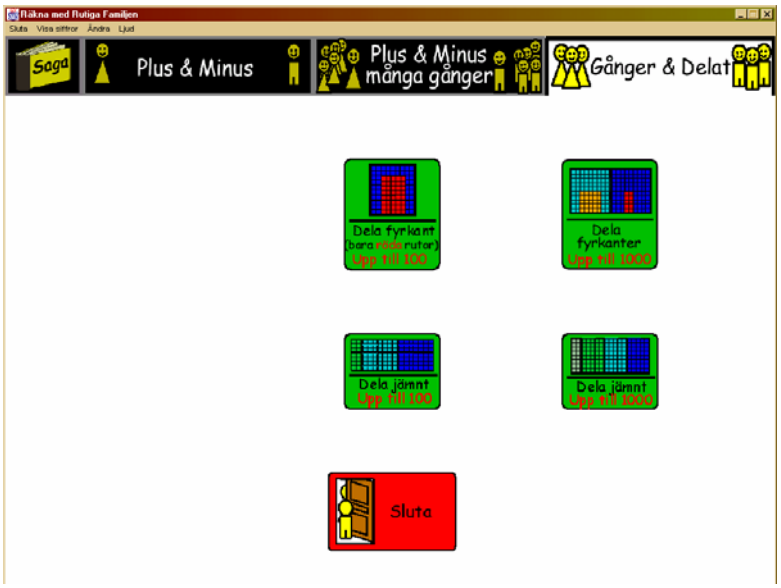
Få bort alla – spel med positiva och negativa tal

Upp till 100 **Upp till 1000**

4.2.3 Spel med multiplikation och division

För att komma till dessa spel väljer man fliken med Gånger & Delat.

I den här kategorin finns två typer av spel, som är ganska lika varandra., men som skiljer sig rätt mycket från de tidigare spelen. Båda spelen behandlar enbart positiva tal, och spelare 1 spelar alltid multiplikation medan spelare 2 alltid spelar division. Multiplikationsspelaren skall försöka välja något kort och antal, så att divisionsspelaren inte kan dela resultatet så att det går jämt upp. Om divisionsspelaren lyckas dela jämt får den spelaren en guldstjärna, annars får multiplikationsspelaren det. I dela "Dela fyrkant"-spelen placeras rutorna alltid i en fyrkant för att tydligare visualisera om det går att dela jämt eller inte (går att bygga fyrkant eller inte), medan denna restriktion är borttagen i "Dela jämnt"-spelen och decimalsystemet används som vanligt (med packning och uppackning i rutlådor).



Dela fyrkanter – rutorna placeras alltid i fyrkanter

Dela jämnt – rutorna placeras som vanligt i sina respektive enheter och packas som vanligt

Upp till 100 **Upp till 1000**

4.3 Inställningar

Det finns ett antal inställningar som kan göras för varje spel. Ett fönster med förvalda inställningar och möjlighet till att ändra dessa dyker upp så snart ett spel är valt.

De saker som kan väljas av spelarna är följande:

- för varje spelare kan man välja:
    1. Namn på spelare
    2. Räknesätt som spelaren skall vara, eller

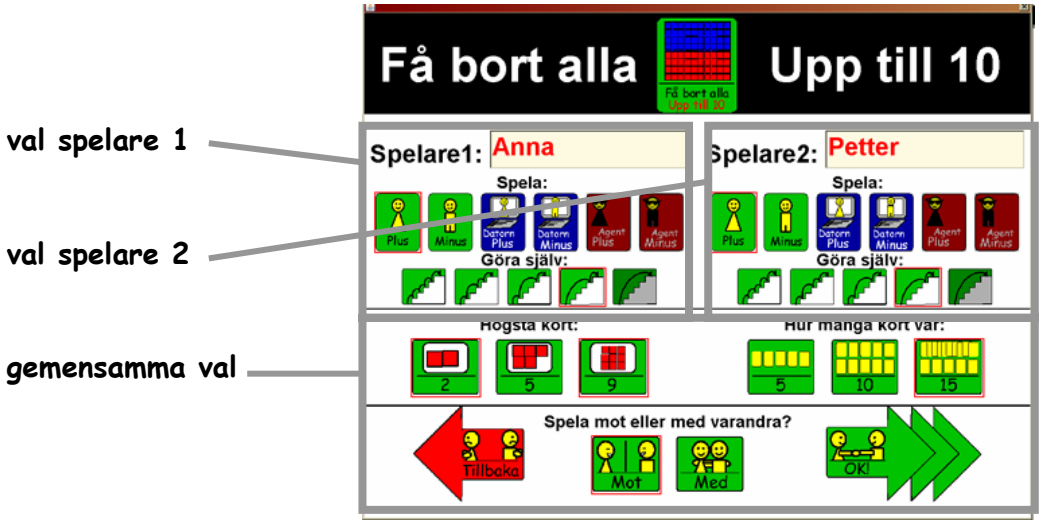
       räknesätt som datorspelaren skall vara

3. Beroende på om det barnet, datorn eller agenten som spelar, så finns olika val:

- Om barnet: Då väljs nivå på automatik, dvs. hur mycket spelaren skall göra själv och hur mycket som skall ske automatiskt (finns mellan 3-5 valbara nivåer).
- Om datorspelare: Då väljs nivå på datorspelaren, dvs. hur bra datorspelaren skall spela (finns tre nivåer).
- Om agent: Då väljs om agenten skall titta på, prova att spela men där barnet kan korrigera agentens val, eller spela helt själv.

– samt gemensamt för båda spelare kan man välja:

1. Högsta tal som kan förekomma på korten
2. Hur många kort spelarna skall få var
3. Om spelarna skall spela med eller mot varandra



4.3.1 Val per spelare

1. ***Namn på spelare***:

Spelaren kan själv skriva in sitt namn, men om inget skrivs in så kommer spelarna att heta "Spelare 1" respektive "Spelare 2".

2. ***Räknesätt*** som spelaren skall vara

Varje spelare väljer vilket räknesätt han eller hon vill spela, och de gröna knapparna betyder att man spelar själv, de blå att datorn spelar, och de röda att agenten spelar. I många spel kan räkneoperationerna väljas helt fritt, genom att markera den knapp som önskas (röd ram runt = markering). I de fall då valmöjligheterna är begränsade, är ej valbara alternativ gråaktiga och kan

inte väljas (så det inte går att göra fel). I spelet inom repet måste båda spelare spela samma räknesätt, och detta gör att det senast valda räknesättet alltid blir markerat för *båda* spelarna oavsett vilken spelare som ändrar räknesätt.

3. ***Om barnet spelar själv***: nivå på automatik, dvs. hur mycket spelaren skall göra själv och hur mycket som skall ske automatiskt (finns mellan 3-5 valbara nivåer).

De olika "Göra själv"-nivåerna är *inte* olika svårighetsgrader, utan är ett val för hur mycket som spelaren behöver göra själv (genom att klicka sig fram steg för steg) och hur mycket som skall göras automatiskt. Därför kan de två spelarna ha olika göra-själv-nivåer, utan att spelet blir orättvist. Tanken är att i början behöver man göra varje steg själv, för att förstå vad som händer, men när man väl vet vad som händer blir det för enformigt och långsamt att klicka sig fram på det sättet. De olika nivåerna står i princip för följande göra-själv-nivåer (varierar lite för de olika spelkategorierna):

1. Användaren väljer kort, flyttar en ruta i taget till/från kortet (tar upp, flyttar manuellt och lägger ner den på plats) eller ångrar det lagda kortet (klickar på röd pil), städar bort kortet från spelbordet och vänder upp ett nytt kort från sin spelhög.
2. Användaren väljer kort, skjuter en ruta i taget till/från kortet (klickar i rutan så åker den iväg och placeras på en godkänd plats) eller ångrar det lagda kortet (klickar på röd pil), samt städar bort kortet från spelbordet. Användaren måste även vara med och klicka i packa-pilarna när lådor skall packas och packas upp.
3. Användaren väljer kort, klickar i kortet för att lägga det (sen flyttas rutorna automatiskt) eller ångrar det lagda kortet (klickar på röd pil). Användaren måste även vara med och klicka i packa-pilarna när lådor skall packas och packas upp.
4. Användaren väljer kort och det läggs direkt (kan inte ångra det lagda kortet), samt är med och packar och packar upp då det behövs.
5. Användaren väljer kort, sen görs allting annat automatiskt, förutom att vända upp nya kort från sin spelhög för detta kan väljas att göras när man vill (kan ibland vara strategiskt att inte visa fler kort än nödvändigt).

Syftet med de första nivåerna, där användaren skall klicka en gång i varje ruta för att flytta dem, är för de allra yngsta för att få en bättre taluppfattning. Tanken är att dels ge en visuell känsla av att fler rutor tar större plats än några få, men även att förmedla en operationell känsla av att det är mycket jobbigare att flytta många rutor än några få. Dessa lämpar sig framförallt till spelen upp till 10, och är inte valbara nivåer på de högre nivåerna.

I spelen med upprepad addition och subtraktion samt i multiplikations- och divisionsspelen, fokuseras beräkningen på att kort skall läggas ett visst antal gånger, så all packning sker automatiskt, eftersom det skulle bli för många avbrott annars.

Om datorspelaren spelar: Nivå på datorspelaren, dvs. hur bra datorspelaren skall spela (finns tre nivåer)

För datorspelare är det inte intressant att ha olika göra-själv-nivåer, alla steg görs ju av programmet inklusive att välja kort, men istället är det intressant att ha en datorspelare som spelar olika bra. De tre nivåerna för datorspelaren är alltså olika svårighetsgrader för motspelaren, dvs. hur bra datorspelaren kommer att spela. Dessa nivåer förklaras utförligt nedan i kapitel 4.4.1.

Förklaringsknapparna till höger om datorspelarnivåerna är en möjlighet att få en förklaring i text "av datorspelaren" varför den väljer de kort den gör, dvs. det är en förklaring till vad som ger poäng med att lägga ett visst kort, om det nu ger poäng.

Förklaringarna är inte valbara på nivå ett och två, eftersom dessa nivåer delvis väljer kort slumpmässigt och därför inte har någon bra förklaring till varför det kortet valts. Förklaringarna kan användas som en interaktiv handledare vilket beskrivs i kapitel 4.4.2.

Om agenten spelar: På vilket sätt som agenten skall tränas, antingen kan agenten titta på (dvs barnet visar agenten hur man spelar) eller så kan agenten prova på (och då har barnet möjlighet att korrigera agentens val) eller så spelar agenten helt själv, baserat på hur mycket den lärt sig dittills. De lärande agenterna beskrivs mer i detalj i kapitel 4.5.

4.3.2 Gemensamma val

De övriga valen är gemensamma för båda spelarna, eftersom det är inställningar som har med själva spelet att göra.

1. Högsta tal som kan förekomma på korten beror på vilket talområde spelet omfattar. I upp till 10 spelen kan användaren välja mellan maxtal 2, 5 eller 9 (se bild till höger). På motsvarande sätt kan maxtal väljas mellan 20, 50 och 99 för "upp till 100"-spelen, och 200, 500 och 999 för "upp till 1000"-spelen.

2. Hur många kort spelarna skall få var kan väljas mellan 5, 10 eller 15 kort, förutom i Inom repet där alltid 15 kort delas ut (dessa

spel slutar när områdena är ifyllda och inte när korten är slut). Båda spelare får alltid lika många kort.

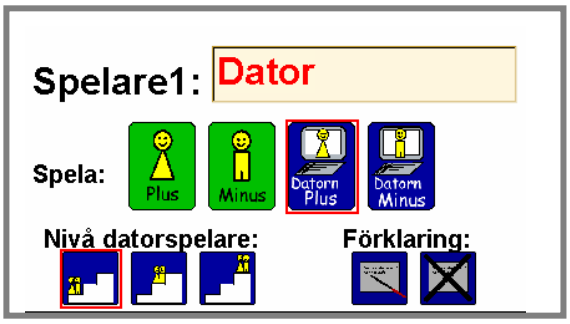
3. Om spelarna skall spela med eller mot varandra, kan väljas i alla spel förutom i multiplikations- och divisionsspelen eftersom de har ett poängsystem som inte är meningsfullt att spela med varandra.

4.4 Datorspelare

I alla spel (förutom Dela fyrkant och Dela jämt än så länge) går det att spela mot en datorspelare, eller även att låta två datorspelare spela mot varandra. Man kan välja räknesätt som datorspelaren skall spela på samma sätt som för riktiga användare. Datorspelaren gör förstås allt automatiskt, så att ha olika "göra själv-nivåer" är inte meningsfullt. Däremot har vi tre olika nivåer på hur bra datorspelaren skall spela.

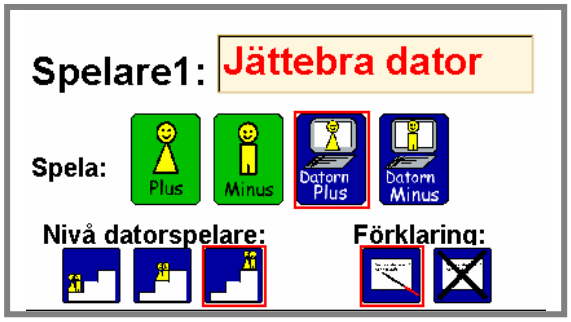
4.4.1 Olika nivåer av datorspelare

Den lägsta nivån på datorspelare heter alltid "Dator" och är meningen att de flesta barn skall kunna slå ganska snabbt. På den här nivån väljs ett kort helt slumpmässigt, så även om barnet också bara väljer kort helt utan tanke, så vinner barnet ändå ungefär hälften av gångerna. Bilden till höger visar en när en datorspelare som spelar addition på lägsta nivån är vald.



En datorspelare på nästa nivå kallas alltid "Bra dator" och är klart svårare att slå. En bra dator spelar väljer i genomsnitt det kort som ger mest poäng i 50% av spelomgångarna och väljer ett kort slumpmässigt de resterande 50%. Tanken är att ganska många skall kunna slå datorspelaren på den här nivån om barnet har en hyfsad förståelse för spelen.

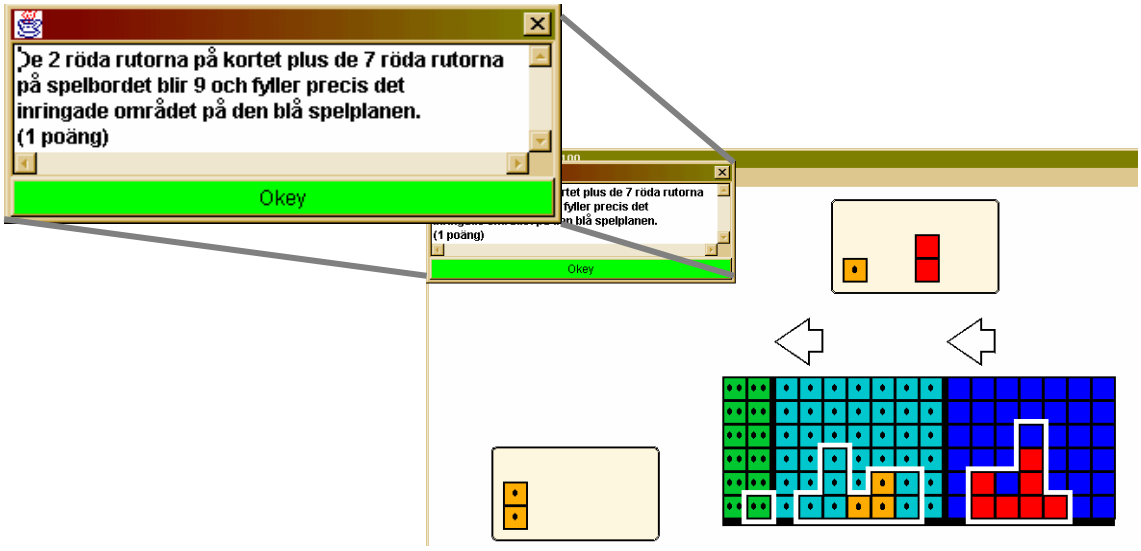
En datorspelare på den högsta nivån heter alltid "Jättebra dator", och är riktigt svårt att slå. Den väljer alltid det av sina kort som ger mest poäng den omgången, men tittar inte längre fram och planerar för nästa drag, vilket ibland gör det möjligt att spela ännu bättre. Den här nivån är tänkt att vara svår att slå, utan att vara helt omöjlig för ett barn som har förstått hur man skall spela för att spela bra.



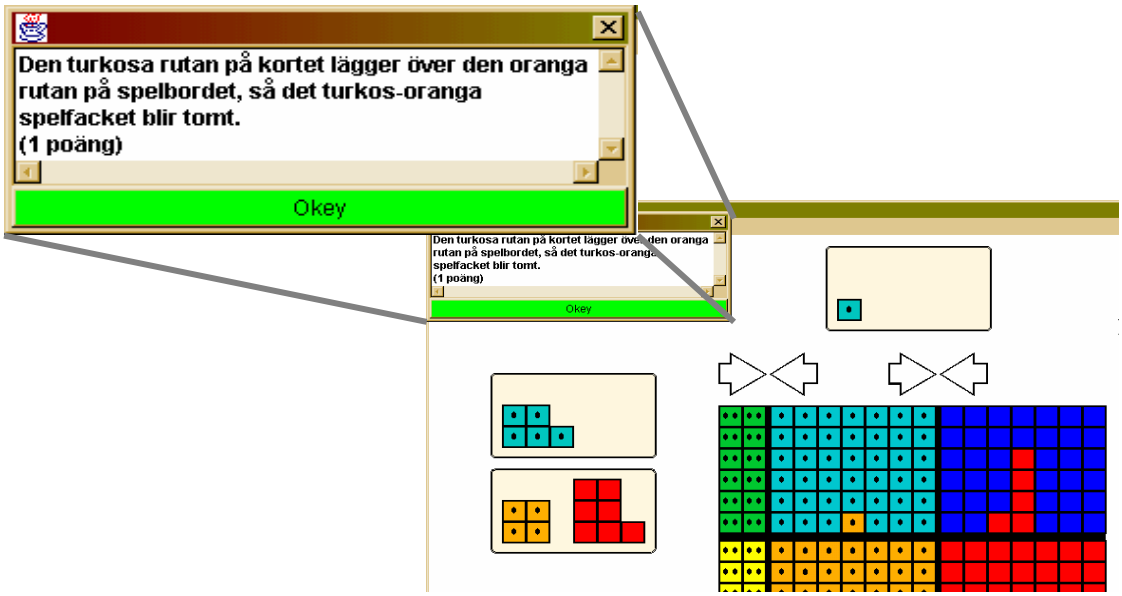
Då den högsta nivån av datorspelare är vald, är det även möjligt att få en förklaring på *varför* det kort den valt ger poäng om det nu gör det (ibland finns inget kort som ger poäng). På så sätt kan man använda datorspelaren som en interaktiv handledare för att förstå hur man kan spela strategiskt bra i dessa spel!

4.4.2 Datorspelaren som en interaktiv handledare

Förklaringen som ges av den interaktiva handledaren är i textform och är framförallt tänkt att användas av lärare och andra som har en undervisande roll, men kan givetvis användas av alla som kan läsa. Förklaringen är av den typ som författaren själv använt för att förklara för barnen under alla testomgångar hur man kan tänka för att spela bra, vilket oftast har fungerat mycket bra. Det kan t.ex. se ut på följande sätt:



I exemplet ovan spelas Inom repet, vilket ger ett poäng för varje exakt ifyllt inringat område. Nästa exempel är taget från spelet Få bort alla, där poäng ges för varje enhet som är tomt, dvs. den enheten är 0.

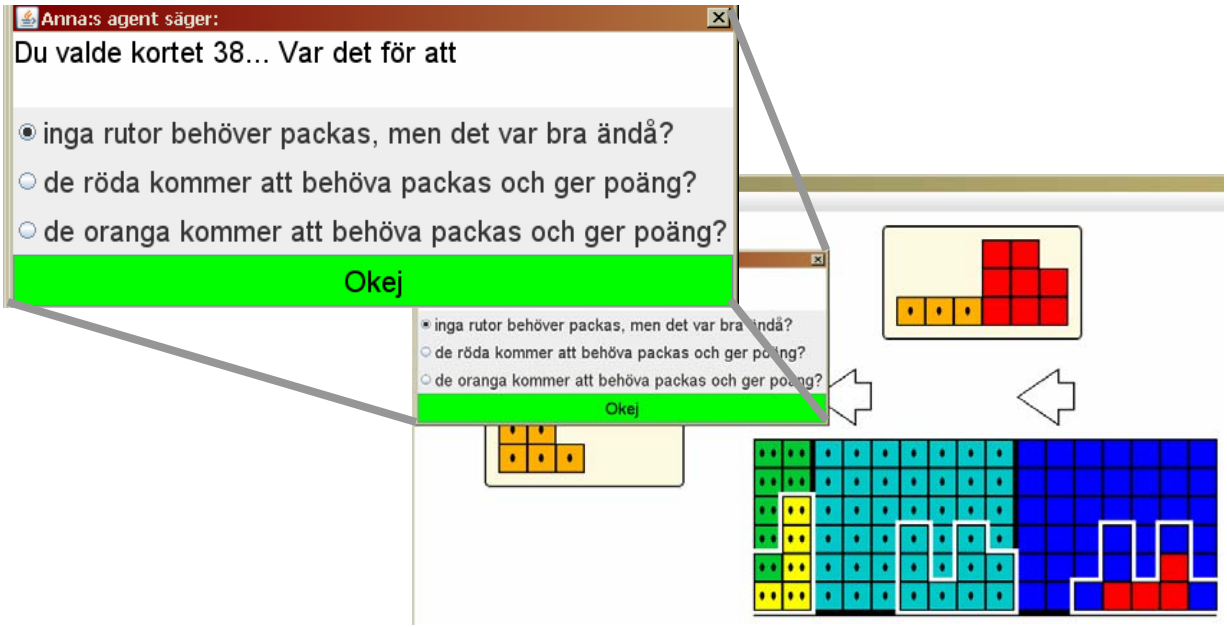


Det går även att låta två förklarande datorspelare spela mot varandra, och bara sitta med och observera hur de spelar och läsa förklaringarna för att få en bättre förståelse för hur man kan tänka för att spela spelen bra.

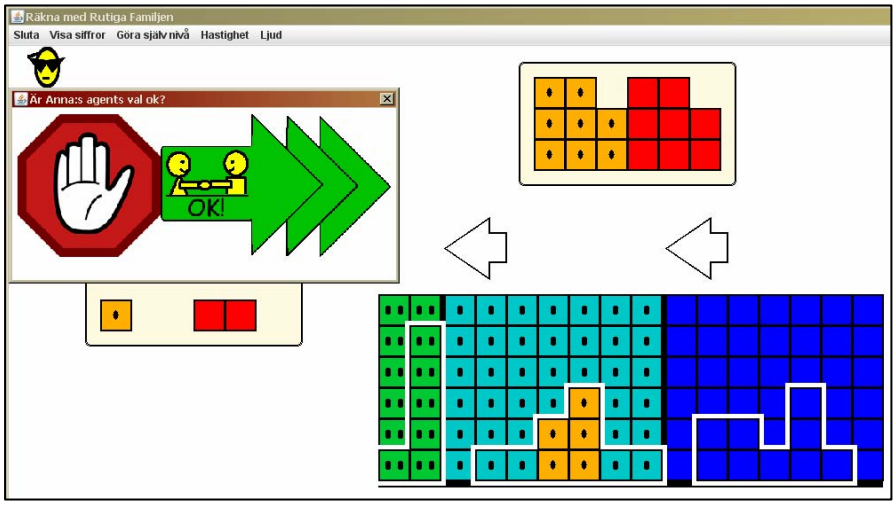
4.5 Lärande agenter

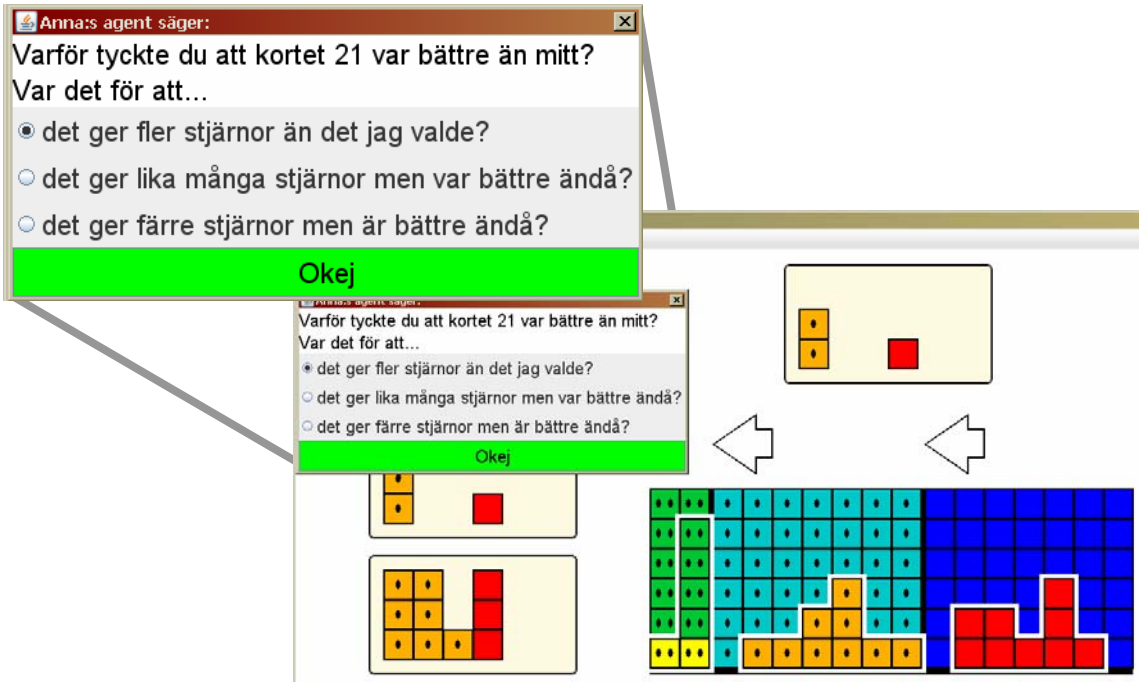
Grundidén med lärande agenter är att 1) lära ut är ett bra sätt att lära sig själv, 2) användaren är "experten", inte agenten och 3) barnen lär upp sin agent. Vitsen med det är att barnet får möjlighet att reflektera över sin egen förståelse och genom att de själva blir läraren och agenten deras "lärling", så är tanken att det skapar ett engagemang hos barnet att följa och observera hur bra deras lärling klarar att spela spelet. Konceptet är utvecklat av forskaren Daniel Schwartz på Stanford i USA, och har visat sig mycket framgångsrikt i andra lärspel, dels för att få djupare förståelse och dels som motivationshöjande aktivitet. I Rutiga familjen har vi valt att testa en modell som vi kallar för att *lära ut genom guidning*, vilket innebär att barnet inte själv behöver försöka beskriva sin förståelse (eftersom det sannolikt skulle vara alldeles för svårt för vår målgrupp) utan att agenten försöker lista ut hur barnet tänker när de spelar genom att observera barnets handlande och ställa följdfrågor. Det gör att barnet måste reflektera över varför de gör som de gör, men istället för att behöva försöka formulera detta så räcker det om de känner igen skälet till sina val i agentens frågor. Det finns tre olika varianter som barnet kan välja för agentens räkning:

1. **Agenten tittar på:** Betyder att barnet visar hur man spelar och agenten observerar och ställer följdfrågor som handlar om vad barnet just har gjort (se bilden nedan). Om barnet anger rätt alternativ på flervalsfrågan, så verkar det sannolikt att det var ett medvetet val, och då lär sig agenten från dess handlande. Om barnet svarar ett felaktigt alternativ, så lär sig agenten inte något (eftersom det kan ha varit en slump att barnet valde ett poänggivande kort).



2. **Agenten provar och får ok**: Betyder att agenten får försöka spela själv, men att för varje drag (dvs val av kort som agenten gör), så har barnet "veto-rätt" och måste godkänna agentens val (se första bilden nedan med stopphanden och OK-pilen). Om barnet inte godkänner agentens val av kort, läggs det tillbaka och barnet får välja ett alternativt kort. Agenten kommer också att ställa en följdfråga om varför barnets kort var ett bättre val (se andra bilden nedan).





3. **Agenten spelar själv:** Betyder att agenten spelar själv, utifrån de kunskaper som barnet lärt den dittills. Det innebär t.ex. att om man låter agenten spela direkt innan den är tränad alls, så kommer den bara att göra helt slumpmässiga val av kort att spela.

Agenten finns än så länge bara för ett fåtal spel, men kommer att finnas för alla på sikt.

5 Beskrivning av spelen

Nedan följer en kortfattad beskrivning av vad de olika spelvarianterna som ingår i Rutiga Familjen går ut på och har för syfte, samt de inställningar och kommandon som kan göras före ett spel startas eller under spelets gång.

5.1 Inställningar och kommandon i fönstermenyn

De kommandon och inställningar som finns i fönstermenyn, är sådana som inte i första hand är avsedda för alla användare, och som inte behövs ställas in eller användas för att kunna spela spelen. Dessa inställningar är till för lite äldre användare och vuxna, och kräver t.ex. läskunnighet, eftersom menyvalen finns enbart i text (alla andra val är kombinerad text och bild, för att även de yngsta skall kunna klara av utföra dessa val själva efter lite träning).

Det finns fyra menyingångar i fönstermenyn:

1. Sluta
2. Visa siffror
3. Göra själv nivå
4. Hastighet
5. Ljud

I **Sluta** menyn finns två kommandon:

- **Sluta detta spel** – som avslutar det spel som användaren håller på med och återgår till huvudmenyn där ett nytt spel eller en saga kan väljas (bara aktiv när spelar ett spel).
- **Sluta helt** – som avslutar programmet helt.

I **Visa siffror** menyn ställer man in vilken nivå av siffror som skall visas. Det val som är aktuellt är i "ofärgad" text (se "Inga siffror" i bilden till höger) och går inte och välja, medan de andra tre är i svart text och valbara. Visa siffror kan enbart ställas in i huvudmenyn, dvs. innan ett spel startas, eftersom hur spelet presenteras beror på denna inställning. De olika alternativen betyder följande (se kapitel 3.4 för mer utförlig förklaring av vad som visas):

- **Inga siffror** – allt visas enbart i den grafiska rutmodellen, och inga siffror eller symboler visas överhuvudtaget.
- **Se siffror på spelbord** – den beräkning som spelbrädet och spelandet med kort representerar visas mitt på spelbrädet i vanlig matematiskt språk. Det går alltså att läsa av vad som händer rent matematiskt när kort läggs och rutor flyttas till och från spelbrädet.

- **Se siffror på kort** – förutom den grafiska rutrepresentationen visas även kortets värde på spelkortet i sifferform. Beräkningen på spelbrädet visas också. När siffrorna visas på kortet får man samtidigt se kortets värde i rutmodellen och med siffror, vilket gör att kopplingen mellan de två representationerna blir tydlig.
- **Bara siffror på kort** – här har vi gått ett steg till och visar bara sifferrepresentationen på kortet tills dess att spelaren valt att lägga ett kort – då dyker rutorna upp på kortet igen. Syftet är att spelaren själv måste tänka sig hur rutorna på kortet ser ut – eller använda siffrorna för att räkna ut om kortet är ett bra val eller inte.

I **Göra själv nivå** menyn kan man ändra vilken nivå en spelare spelar på (väljs vid spelstart, men kan alltså ändras här under spelets gång). Nivåerna motsvarar de nivåer som ställts in innan spelstart. Vald nivå är markerad med **>>>** före beskrivningen i bilden till höger alltså högsta nivån. Ej valbara alternativ är grå. Menyn är bara aktiv under spelets gång, och för den spelare som är aktiv för tillfället.

I **Hastighet** menyn kan man ändra hur snabbt som rutorna förflyttas till och från spelbordet (dvs. hastigheten på animationerna i spelet). Alternativen är **sakta, mellan** och **snabbt.** Med den här inställningen kan man anpassa hastigheten till användaren och till den dator man spelar på (hastigheten beror delvis på hur snabb dator man har). Hastigheten ställs in en gång per session, och ändras bara när programmet avslutas (är alltid satt till mellannivån då programmet startas).

I **Ljud** menyn kan man ställa in precis vilka effektljud som man vill skall vara på och vilka som skall vara avstängda. Detta kan göras när som helst, och när man väljer **Sätt av/på ljud** så dyker fönstret nedan upp på skärmen. Där kan man gå in och sätta på eller stänga av enskilda ljud som finns i spelen. På så sätt kan man stänga av de ljud som kanske blir störande efter ett tags spelande, utan att behöva stänga av alla ljudeffekter för den skull. Observera att rösterna till sagan *inte* påverkas av dessa inställningar, så vill man ha ett helt tyst spel får man stänga av ljudet på datorn.

5.2 Spel med addition och subtraktion

Det finns två speltyper som behandlar addition och subtraktion – "Inom repet" och "Få bort alla". I "Inom repet" finns bara positiva tal, medan det i "Få bort alla" finns både positiva och negativa tal.

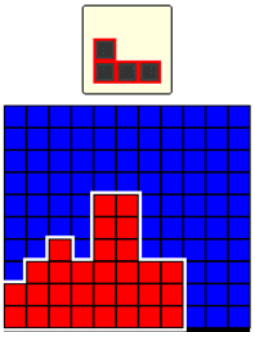
5.2.1 Inom Repet - spelregler

Inom repet handlar om att när ett område är fullt, så går det inte att lägga fler rutor, för att förstå idén med att en enhet bara kan innehålla högst 9 i decimalsystemet. I upp till 100 och upp till 1000, så är målet att försöka få områdena överfulla så många gånger som möjligt, dvs att packa ihop så många rutlådor som möjligt (om spelar plus) och att packa upp så många som möjligt om spelar minus. Matematiskt innebär det att lägga ihop tal så de blir 10 eller fler (alternative ta bort så det blir 0 eller mindre). I Inom repet spelar alltid båda spelarna samma räknesätt, dvs. båda spelar plus eller båda spelar minus. Vilken spelare som helst kan börja, och spelarna turas om att lägga ett kort i taget. Om en spelare fått poäng, får samma spelare lägga kort igen. Dock går turen över till den andre spelaren efter 2 omgångar oavsett om spelaren fått poäng eller inte.

5.2.1.1 Inom Repet - Upp till 10 – (*kommer att ändras – inte så intressant spel nu*)

mål:

Om spelarna spelar plus: Vara den spelare som fyller området exakt, dvs. inte ha några rutor kvar på kortet då området är helt ifyllt (bilden till höger är ett exempel på detta). Om spelarna spelar minus skall området vara helt tomt och kortet exakt ifyllt istället.



spelslut:

Då området är helt fyllt respektive tömt. På bilden till höger t.ex. är området exakt ifyllt och alla rutorna på kortet är

lagda.

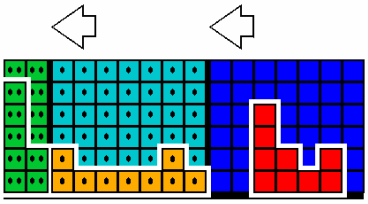
poäng:

En stjärna till den spelare som lyckas fylla respektive tömma området exakt. Annars blir båda spelarna utan och det blir oavgjort.

5.2.1.2 Inom Repet - Upp till 100/Upp till 1000

mål:

Att fylla (alternativt tömma vid minusspel) områdena exakt så många gånger som möjligt under spelet. Den spelare som har lyckats göra det flest gånger vinner. På bilden till höger är både entals- och tiotalsområdena exakt ifyllda, till exempel.



spelslut:

Då alla områdena är helt fyllda (respektive tömda) eller då det inte går att lägga fler rutor från kortet (detta kan inträffa om det t.ex. finns orange rutor kvar på kortet men det orange och det gula området är helt ifyllda, även om det röda inte är helt ifyllt).

poäng:

En stjärna för varje område som är exakt ifyllt (respektive exakt tömt om spelarna spelar minus) när kortet är helt lagt, får den spelare som lagt kortet. På bilden ovan t.ex. är två områden exakt ifyllda vilket ger två stjärnor.

5.2.2 Inom repet – syfte

5.2.2.1 Upp till 10

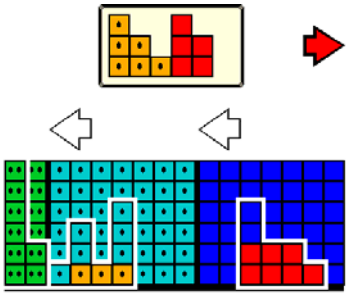
Inom repet med bara ental är tänkt för de allra minsta och tränar framförallt taluppfattning, förutom allmän motorik och träning av mushantering. Att plocka rutorna en och en har just syftet att förutom att se antalet rutor även "känna" hur stort talet är. Rutflyttningen görs genom att en ruta plockas upp genom att klicka i rutan då rutan fastnar på muspekaren och följer med rörelsen med musen utan att användaren behöver hålla musknappen nere samtidigt. Användaren klickar sedan på destinationsrutan för att lägga ner den ruta som suttit fast på muspekaren. Denna typ av flyttning är framförallt anpassad till de minsta barnen som kan ha svårt att hålla nere musknappen samtidigt som de flyttar musen, vilket är nödvändigt i vanlig dra- och släppteknik som används i de flesta datorprogram.

5.2.2.2 Upp till 100/Upp till 1000

Inom repet med tiotal och hundratal tränar huvudsakligen decimalsystemets uppbyggnad, och visar tydligt varje steg vad som händer när en enhet blir full och man måste packa ihop 10 rutor i en rutlåda som hör till enheten ovanför, eller när en enhet är tom och man måste låna en rutlåda och packa upp den för att få de rutor som man behöver.

De områden som är inringade innehåller alltid nio rutor (förutom extra enheten längst till vänster), för att användaren skall bli van vid att en enhet är full efter nio och måste packas då den tionde kommer.

Siffrornas position tränas också, dvs. förståelsen för att rutlådor som är längre till vänster egentligen innehåller rutlådor eller rutor av andra färger och kan packas upp till tio stycken av dessa. Detta motsvarar att den vänstraste fyran i talet 474 står för ett mycket större tal, även om de ser likadana ut, och det är bara positionen som skiljer.



Inom repet tränar även att lägga ihop tal som blir nio, och att ta bort tal så det blir noll. Taluppfattning och hur de olika enheterna av större tal hänger ihop tränas, då det blir tydligt för användarna att de olika enheterna inte är oberoende av varandra – t.ex. om det finns 3 orange och 7 röda rutor på spelbrädet (se bild till höger), och en spelare lägger ett kort med 6 orange och 5 röda rutor, så kan man ju i första anblicken tro att det turkosa inringade området kommer att bli exakt fullt (3+6 = 9), men då har man glömt att ta hänsyn till att det är för många röda rutor, dvs. fler än 9 totalt, vilket gör att de måste packas ihop till en orange ruta så även de orange rutorna blir för många och måste packas ihop de också.

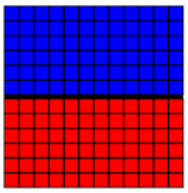
5.2.3 Få bort alla - spelregler

Få bort alla handlar om att få bort alla rutor från spelbrädet, så att det ser ut som vid spelstart, dvs. enheterna är helt tomma (i fallet Upp till 10 innebär det att översta halvan är helt blå och understa helt röd – se bild avsnitt 5.2.3.1 nedan), så ofta som möjligt. Matematiskt betyder det att värdet på spelbrädet blir noll, så syftet är alltså att lägga till eller ta bort tal så att resultatet blir noll. Varje enhet som blir helt tom efter ett kort är lagt, ger ett poäng (per enhet).

I Få bort alla behandlas både positiva och negativa tal, och spelarna kan välja helt fritt om de vill spela plus eller minus. Eftersom plus och minus är varandras motsatser och de positiva och negativa talen är varandras motsatser, kan man åstadkomma precis samma sak oavsett vilket räknesätt som spelarna väljer. Därför spelar det ingen roll vilka räknesätt spelarna väljer utan alla fyra kombinationerna fungerar lika bra.

Vilken spelare som helst kan börja, och spelarna turas om att lägga ett kort i taget. Om en spelare fått poäng, får samma spelare lägga kort igen. Dock går turen över till den andre spelaren efter 3 omgångar oavsett om spelaren fått poäng eller inte.

5.2.3.1 Få bort alla - Upp till 10



mål:

Att få spelbrädet tomt, dvs. få bort alla rutor från spelbrädet så att det ser ut som på bilden till höger, så många gånger som möjligt.

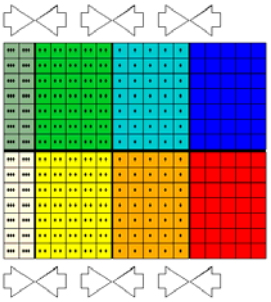
spelslut:

När korten är slut för den spelare som står i tur att lägga kort.

poäng:

En stjärna varje gång spelbrädet blir tomt efter att ett kort är lagt, till den spelare som la kortet.

5.2.3.2 Få bort alla - Upp till 100/Upp till 1000



mål:

Att få så många enheter tomma som möjligt på spelbrädet, så ofta som möjligt. Optimalt är alltså att få spelbrädet helt tomt, som på bilden till höger, där Få bort alla upp till 1000 spelas och alla tre enheterna (en- tio- och hundratal) är helt tomma. På spelbordet finns alltid en större, extra enhet jämfört med korten. För upp till 1000 t.ex., så har korten en-, tio- och hundratal, men spelbordet har även en enhet för tusental (det grå-vita fältet på bilden till höger). Detta beror på att om man summerar stora hundratal så blir resultatet över tusen, och hundralådorna måste packas ihop till en tusenlåda för att hundraenheten inte skall bli överfull. Denna extra enhet är alltid mindre och räknas inte vid poängsättning.

spelslut:

När korten är slut för den spelare som står i tur att lägga kort.

poäng:

En stjärna för varje enhet (exklusive extraenheten) som blir tom efter att ett kort är lagt, till den spelare som la kortet. Om både den blå-röda och den turkos-orange enheten i Upp till 100 är tomma får alltså spelaren två stjärnor, och på motsvarande sätt får en spelare i upp till 1000 tre stjärnor om hon/han lyckas få alla tre enheterna tomma samtidigt (som på bilden ovan).

5.2.4 Få bort alla – syfte

Det övergripande syftet med "Få bort alla" spelet är att förstå att negativa tal inte är något konstigare än de positiva talens spegelbild (fast mindre verkliga), och att addition och subtraktion är varandras motsatser som man kan nå samma resultat med, fast på olika sätt. Vidare är det viktigt att förstå att addition alltid är samma sak (handlingen att lägga till ett tal till ett tal), oavsett om talen råkar vara positiva eller negativa, och att på motsvarande sätt subtraktion alltid är att ta bort ett tal oavsett tecken på talet.

Förhoppningen är att användarna själva upptäcker teckenreglerna (dvs. att -- = + och -+ = +-) själva, genom att använda den grafiska modellen i spelen där dessa är inbyggda (se vidare kapitel 3.5). Eftersom övergången mellan de positiva och de negativa talen (dvs. runt noll) är det som är mest komplicerat, så är spelet utformat så att man får poäng när det blir noll vilket innebär att spelarna självmant kommer att hålla sig runt nollinjen, och på så sätt träna det som är svårast.

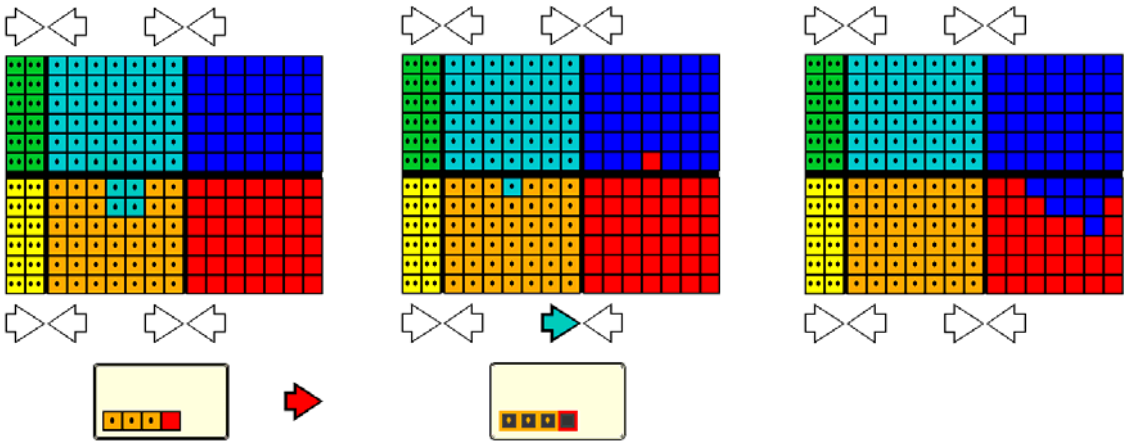
5.2.4.1 Syftet med Få bort alla upp till 10

Lämplig som första introduktion till negativa tal, eftersom bara ental hanteras i det här spelet, dvs. enbart blå och röda rutor figurerar i spelet. Tränar förståelsen att negativa och positiva tal "tar ut varandra" (tydligast om båda spelar plus eller båda minus), och att subtraktion är motsatsen till addition (tydligast om en spelar plus och en minus).

Detta spel kan spelas av de allra minsta, då det tränar talförståelsen och ger en första introduktion till att det finns rutor som "tar ut varandra" (röda rutor lägger över blå och tvärtom). Spelet är även lämpligt som en introduktion för de äldre för att förstå principerna innan de går över till de högre talen och decimalsystemet, vilket gör "Få bort alla"-spelet klart mer avancerat.

5.2.4.2 Upp till 100/Upp till 1000

Tränar förutom det allmänna även decimalsystemets uppbyggnad och att växla med både positiva och negativa tal. Spelet tränar förståelsen av hur enheterna hänger ihop med varandra, eftersom målet är att försöka få enheterna tomma (dvs. ha värdet 0), och en enhets värde kan påverkas av både enheten under och över. Spelen blir rätt kvickt ganska utmanande, eftersom med fler enheter blir det många olika sätt som det går att få en enhet tom. Dels kan man lägga över de rutor som redan finns i en enhet, men man kan också bygga på så att de blir precis 10 rutor som då måste packas ihop till en ruta som hamnar i enheten över. Men det finns fler, inte fullt så uppenbara sätt att få en enhet tom. Ta t.ex. följande exampel:

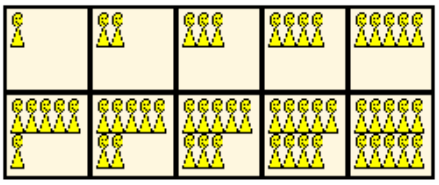


Här börjar vi med ett spelbräde med värdet –40 (de 4 turkosa rutorna), och spelaren lägger ett kort med värdet 31 (3 orange och 1 röd ruta). Då rutorna är lagda hamnar vi i en situation där vi har en turkos ruta under nollinjen och en röd över, vilket inte är ett tillåtet slutresultat eftersom alla rutor måste vara på *samma sida* nollinjen, vilket motsvarar att talet är skrivet i "normal" decimalform. Vad vi har gjort är att först lägga ihop varje enhet för sig, vilket gör att rutorna kan komma på olika sidor nollinjen eller att en enhet har för många rutor i sig. Först sedan alla rutor är lagda packar vi om till ett normalt tal. Notera dock att om vi lägger ihop rutornas värde i alla enheterna får vi alltid rätt resultat (mittenbilden motsvarar -10+1 = -9) även när talet inte är ett "normalt" tal. Sista bilden till höger visar resultatet då den turkosa rutan är uppackad till 10 blå rutor, varav en lades över den röda och de återstående 9 blå rutorna bildar resultatet, dvs. –9.

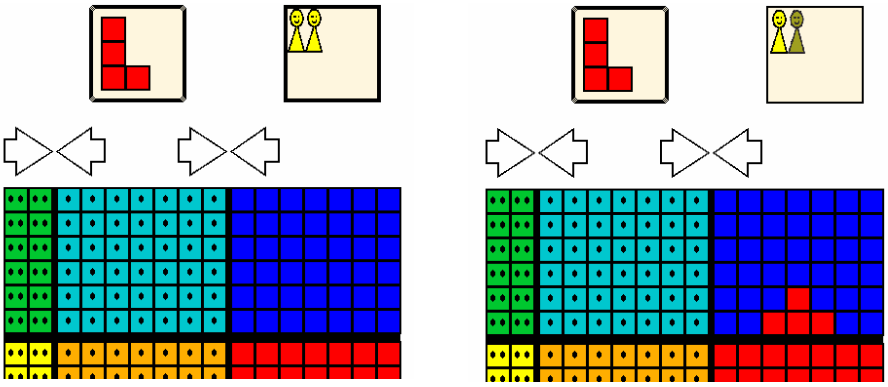
Spelet tränar även upp förståelsen för positionens betydelse, dvs. att ju längre till vänster en enhet är, desto större tyngd har den, genom att det alltid är den vänstraste enheten som bestämmer vilken sida om nollinjen talet kommer att hamna på när det är färdigtpackat (som i exemplet ovan – även om det hade varit upp till nio röda rutor ovanför mittlinjen så hade resultatet sida ändå bestämts av den enda turkosa rutan under nollinjen).

5.3 Spel med upprepad addition och subtraktion

De spel som behandlar upprepad addition och subtraktion är i princip samma spel som för addition och subtraktion – Inom repet och Få bort alla. Skillnaden är att här väljer spelaren inte bara vilket kort som skall läggas, utan även *hur många gånger* detta kort skall läggas – dvs. hur många gånger operationen skall upprepas. Detta illustreras med att det förutom de vanliga korten finns antalskort (se bild till höger), med 1-10 stycken figurer på (flickor för upprepad addition och pojkar för upprepad subtraktion) som står för hur många gånger som ett kort skall läggas till eller tas bort. (Jämför sagan där barnen spelar många på varje sida och bestämmer hur många av dem som skall lägga samma kort).

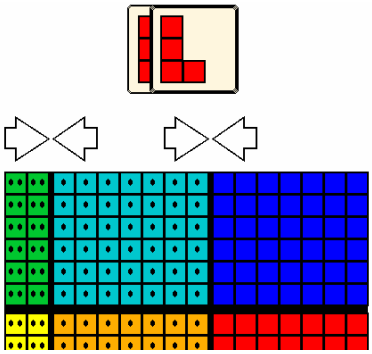


Spelaren väljer först ett av sina kort, och sedan ett antals kort, och båda korten läggs upp vid spelbrädet, som på bilden nedan till vänster:



Detta betyder alltså att kortet med fyra röda rutor skall läggas till av två flickor. När kortet är lagt en gång, markeras detta genom att en av flickorna på antalskortet blir grå (se bilden ovan till höger), och en ny kopia av kortet dyker upp så länge det finns figurer kvar på antalskortet.

Alternativt kan användaren klicka på antalskortet istället för att börja lägga kortet. Detta kommer att göra om antalskortet och rutkortet till lika många kopior av rutkort som det var på antalskortet (2 i exemplet ovan), som visas i bilden till höger. Syftet med detta är att göra tydligt att multiplikation är upprepad addition, eftersom det första sättet



motsvarar uppställningen 4 gånger 2, medan det senare motsvarar 4 + 4, fast båda innebär att 4-kortet läggs till 2 gånger.

Vare sig Inom repet eller Få bort alla med upprepade räknesätt finns på nivån Upp till 10, eftersom även om korten är under tio så kan alla kort multipliceras med tio, så talområdet blir ändå "Upp till 100".

5.3.1 Inom repet – spelregler

Spelreglerna är i princip de samma som för addition och subtraktion (se kapitel 5.2.1.2), enda skillnaden är att det som läggs till eller tas bort är resultatet av det valda kortet gånger det valda antalskortet.

mål:
Att fylla (alternativt tömma vid minusspel) områdena exakt så många gånger som möjligt under spelet. Den spelare som har lyckats göra det flest gånger vinner.

spelslut:
Då områdena är helt fyllda (respektive tömda) eller då det inte går att lägga fler rutor från kortet.

poäng:
En stjärna för varje område som är exakt ifyllt (respektive exakt tömt om spelarna spelar minus) när kortet är helt lagt, får den spelare som lagt kortet.

5.3.2 Få bort alla - spelregler

Spelreglerna är i princip de samma som för addition och subtraktion (se kapitel 5.2.2.2), enda skillnaden är att det som läggs till eller tas bort är resultatet av det valda kortet gånger det valda antalskortet.

mål:
Att få så många enheter tomma som möjligt på spelbrädet, så ofta som möjligt.

spelslut:
När korten är slut för den spelare som står i tur att lägga kort.

poäng:
En stjärna för varje enhet som blir tom efter att korten är lagda, till den spelare som la korten. Optimalt är alltså att få spelbrädet helt tomt, vilket ger två poäng på hundranivån och tre poäng på tusennivån.

5.3.3 Syftet med upprepad addition och subtraktion

Syftet med dessa spel är att få en introduktion till multiplikation och division, för att underlätta för förståelsen att multiplikation är upprepad addition och division är upprepad subtraktion som går jämt upp.

Spelen ger en lite annorlunda sätt att tänka på multiplikation genom att spelaren behöver tänka i termer som "har jag någon kombination av kort och antal som om de multipliceras med varandra får ett resultat som slutar på en viss siffra (1-9)?" eller "finns det någon kombination som blir något på 40 (dvs. tiotalssiffran är 4)?", beroende på vad spelaren behöver för att fylla ett område i Inom repet eller få en enhet tom i Få

bort alla. Detta är exempel på öppna frågor som har fler än ett svar, och som får användarna att tänka omvänt jämfört med vanlig uträkning av ett tal gånger ett annat.

5.4 Spel med multiplikation och division

Spelen med multiplikation och division skiljer sig ganska mycket från de övriga spelen. Det finns tre varianter; dela fyrkant, dela fyrkanter och dela jämt. I dessa spel spelar alltid den första spelaren multiplikation och den andre spelar division.

Poäng ges efter en omgång, dvs. efter att multiplikationsspelaren och divisionsspelaren lagt var sin gång. Målet för de två spelarna är olika – för multiplikationsspelaren gäller det att försöka lägga något som divisionsspelaren inte kan dela med sina kort, och för divisionsspelaren gäller det att kunna dela det multiplikationsspelaren har lagt. Om divisionsspelaren lägger kort som delar rutorna på spelbrädet jämt, får hon/han ett poäng annars får multiplikationsspelaren ett poäng.

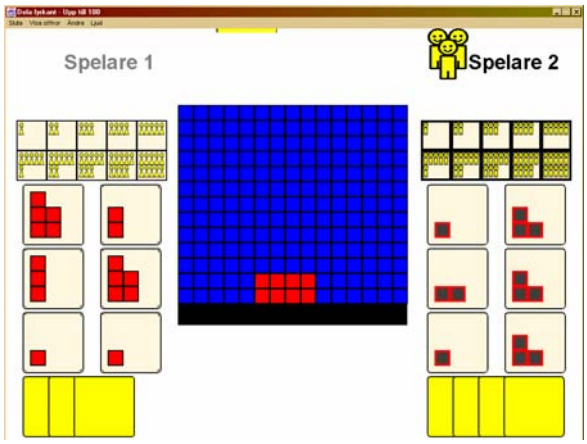
Spelen kan enbart spelas mot varandra, eftersom det inte skulle vara meningsfullt att spela med varandra (en av spelarna får alltid ett poäng per omgång).

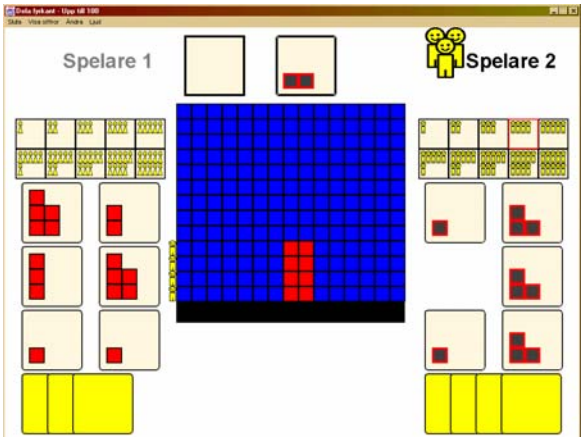
I dela fyrkant och dela fyrkanter frångår vi reglerna för decimalsystemet (dvs. att varje enhet bara får innehålla högst nio rutor), för att alltid kunna placera rutorna så att de bildar en fyrkant (detta görs automatiskt). Meningen är att tydliggöra kopplingen mellan multiplikation och arean på en fyrkant. Detta görs genom att varje figur lägger en rad var, så att höjden på fyrkanten blir antal figurer på antalskortet och bredden blir värdet på rutkortet, vilket alltid bildar en fyrkant. På så sätt blir det lättare att se och förstå när något går att dela upp jämt mellan ett visst antal figurer (*går* att bygga en fyrkant med samma höjd som detta antal) och när det inte går (*går inte* att bygga en full fyrkant med denna höjd).

I dela jämt återgår vi sedan till de vanliga reglerna för decimalsystemet och rutorna packas och packas upp precis som tidigare.

5.4.1 Dela Fyrkant upp till 100 – spelregler

I detta spel har båda spelarna en uppsättning var av antalskort mellan 1 och 10 (fast multiplikation har flickor och division pojkar på sina antalskort), och lika många rutkort var mellan 1-5 eller 1-9, beroende på vad som är valt vid spelstarten.





Multiplikationsspelaren börjar alltid, och lägger först ett kort och väljer sedan ett antal gånger som detta kort skall läggas på spelbrädet (på vänstra bilden ovan har spelare 1 valt ett kort med 4 röda rutor och antalskortet 2 – vilket bildar en fyrkant med höjden 2 och bredden 4). Sedan är det divisionsspelarens tur. Divisionsspelaren skall försöka välja ett antalskort som delar rutorna jämt *och* så att han har ett rutkort som är divisionens resultat. På bilden ovan till höger har divisionsspelaren valt antalskortet 4, vilket gör att rutorna byggs om så att höjden blir 4, och i detta exempel så bildar rutorna en fyrkant med bredden 2, så det går att dela jämt. För att spelare 2 skall vinna omgången, måste han även ha ett rutkort som tar bort två rutor, vilket han har i detta exempel, så divisionsspelaren får i detta fall ett poäng efter omgången.

Eftersom det är (eller i alla fall upplevs som) lite svårare med division än multiplikation, har divisionsspelaren möjlighet att experimentera lite och har därför tre försök på sig att välja antalskort (förutom på högsta göra själv nivån där allt sker på en gång). Då ett antalskort är valt, byggs rutorna om till antalskortet höjd och spelaren kan se om det bildar en fyrkant eller inte.

Om divisionsspelaren inte lyckas dela spelbrädets rutor jämt, kommer det antingen att finnas rutor kvar på spelbrädet eller ett ta-bort kvar som inte är helt ifyllt. Dessa måste "städas bort" innan nästa omgång som alltid skall börja med ett tomt spelbräde, vilket görs genom att klicka i en av rutorna på spelbrädet alternativt klicka i det halvfyllda kortet, så kommer dessa att försvinna. Detta extra moment är viktigt för att spelaren verkligen skall hinna se att det inte gick jämt ut, dvs. att antingen den sista figuren inte fick lika många rutor som de övriga eller att det blev rutor över.

5.4.1.1 Dela fyrkant - Upp till 100

mål:

För multiplikationsspelaren: Att så ofta som möjligt lägga ett av sina kort och välja ett antalskort som ger ett resultat på spelbrädet som divisionsspelaren *inte* kan dela med något av sina antalskort så att resultatet blir precis ett av divisionsspelarens ta-bort kort.

För divisionsspelaren: Att välja ett av sina antalskort och ett av sina ta-bort kort så att dessa exakt tar bort alla rutorna på spelbrädet, dvs. spelbrädets värde delat med antalskortet värde blir kortets värde.

spelslut:

Båda spelares kort är slut.

poäng:

Ett poäng per omgång delas ut, och det går till divisionsspelaren om denne lyckas dela multiplikationsspelarens resultat och annars går poänget till multiplikationsspelaren.

5.4.2 Dela Fyrkant upp till 100 – syfte

Syftet med spelet är framförallt att få en bildlig förståelse genom att prata om och visa fyrkanter och se att multiplikation är detsamma som att bygga en fyrkant och räkna antalet rutor i fyrkanten, och att division är att dela upp en fyrkant. Framförallt blir bilden av när ett tal går att dela eller inte mycket mer påtaglig än med en abstrakt

beskrivning – och det går att prova sig fram genom att försöka konstruera fyrkanter med en given höjd.

Spelet är utformat så att användaren själv kan upptäcka viktiga matematiska viktiga samband, som t.ex. att om man multiplicerar ett tal A med B, så kan man alltid dela detta tal med B och man får resultatet A, eller omvänt dela med A och få resultatet B, dvs. följande regler kan upptäckas genom att spela spelet istället för att läras in:

om $\mathbf{A \cdot B = C}$ så är $\mathbf{C/A = B}$ och $\mathbf{C/B = A}$

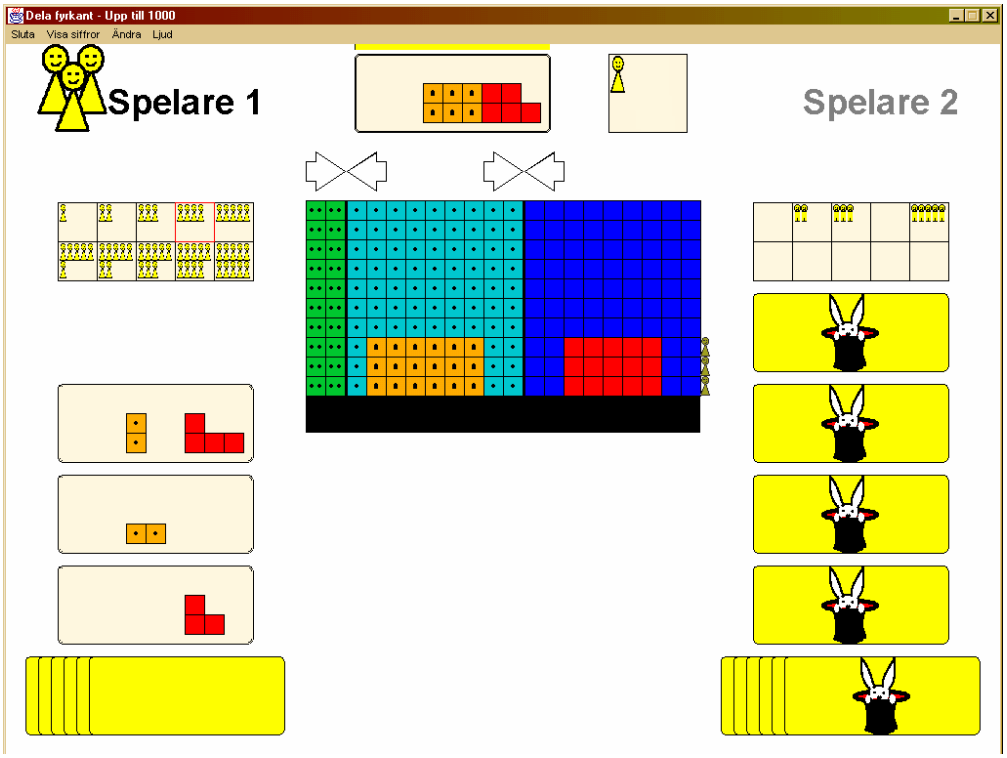
och $\mathbf{A \cdot B = B \cdot A}$

Viktiga egenskaper hos tal kan också upptäckas, t.ex. att vissa tal är lättare att dela än andra, t.ex. jämna tal kan alltid delas med 2 och alla tal kan delas med 1, medan en del andra antal inte går att dela så lätt utan man kan bara bygga fyrkanter som är en stapel på höjden eller längden (början till primtal).

5.4.3 Dela Fyrkanter upp till 1000 – spelregler

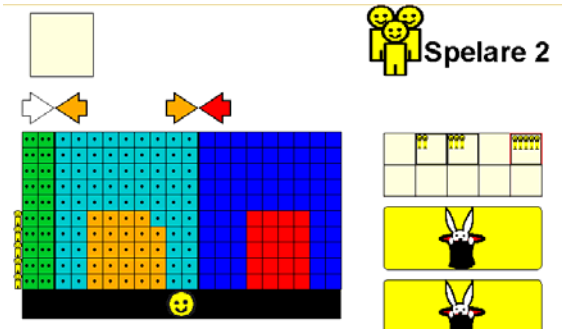
När korten inte bara innehåller tal upp till 10, utan tal upp till 100, så kan vi inte bibehålla samma spelprincip längre utan att spelet skulle bli ruskigt orättvist för divisionsspelaren (det är nästan omöjligt för honom att vinna). Som exempel kan vi anta att multiplikationsspelaren lägger 61·7 = 427. De enda kort som skulle ge divisionsspelaren poäng i detta fallet är om han också har ett kort med värdet 61 (427/7 = 61) eller ett kort med värdet 427 (427/1 = 427). Sannolikheten för detta är två på hundra vilket är alldeles för lite för att spelet skall bli någorlunda rättvist. Därför är spelet upp till 100 lite annorlunda utformat.

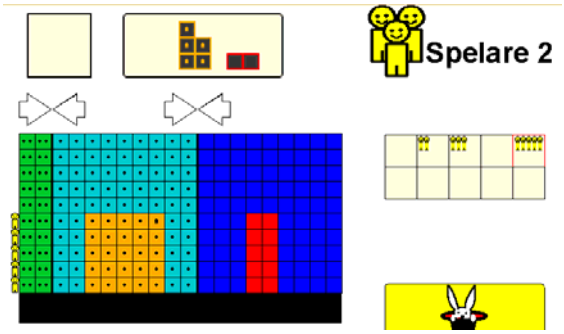
För multiplikationsspelaren gäller det fortfarande att lägga ett av sina kort och sedan välja hur många som skall lägga det kortet. Bilden nedan visar ett exempel där spelare 1 har valt kortet med 6 orange och 5 röda rutor, dvs. 65, och antalskortet 4, dvs. kortet



skall läggas 4 gånger. Precis som tidigare läggs varje kort på en rad var och figurerna på kortet "springer ner" och markerar raden. Eftersom en figur återstår, skall kortet läggas till ytterligare en gång, för att få 65 gånger 4.

Divisionsspelaren däremot, har inte längre alla tio antalskort tillgängliga utan skall försöka dela rutorna med något av sina tre antalskort (vilka är 2, 3 eller 5 i exemplet på bilderna). Han har heller inte vanliga, uppåtvända rutkort, utan magiska "trollkort" (se sagan i kapitel 2.4 för hela historien...). Dessa kort har den egenskapen att om divisionsspelaren har hittat ett antal som delar det multiplikationsspelaren lagt ut – då blir det kortet precis det han vill att det ska bli, dvs. resultatet av divisionen! Om divisionen inte går jämt upp får kortet ett så bra värde som möjligt, men det kommer att finnas rutor kvar på spelbrädet som måste städas bort.





Precis som i dela fyrkant får divisionsspelaren ett poäng om han lyckas dela jämt och annars får multiplikationsspelaren detta poäng.

I nästa omgång kommer divisionsspelaren att få ett nytt antalskort istället för det som han just använt, medan de övriga två är kvar. Detta gör att det är värt att försöka spara bra antalskort (som t.ex. ettan – den delar ju vilket tal som helst och fungerar alltså som en joker) tills det är nödvändigt att använda dem. Har man t.ex. både 2 och 4 som antalskort är det bättre att använda 4-kortet om det delar talet jämt eftersom 2 delar alla tal som 4 gör plus en hel del till!

5.4.3.1 Dela fyrkanter - Upp till 1000

mål:

För multiplikationsspelaren: Att så ofta som möjligt lägga ett av sina kort och välja ett antalskort som ger ett resultat på spelbrädet som divisionsspelaren *inte* kan dela med något av sina tre antalskort.

För divisionsspelaren: Att välja ett av sina tre antalskort som delar spelbrädets värde exakt, om det finns något. Om det finns flera antalskort som kan dela är det bäst att spara sådana kort som delar många tal.

spelslut:

Båda spelares kort är slut.

poäng:

Ett poäng per omgång delas ut, och det går till divisionsspelaren om denne lyckas dela multiplikationsspelarens resultat och till multiplikationsspelaren annars.

5.4.4 Dela Fyrkanter upp till 1000 – syfte

Dela fyrkanter spelet tränar huvudsakligen delbarhet, i detta fall vilka tal mellan 1 och 1000 som går att dela med talen 1 till 10. Tanken är inte att användaren skall kunna utföra dessa divisioner i huvudet – tvärtom - meningen är att användaren genom att spela spelet inser olika samband som t.ex. att alla tal går att dela med ett, att jämna tal går att dela med två, att alla tal som slutar på fem går att dela med 5, att alla tal som har jämna tiotal går att dela med 10, osv.

Mer avancerade användare kanske även inser att om man multiplicerar vilket tal som helst med talet A, så kan resultatet inte bara delas med samma tal A utan även med alla tal som delar A. Till exempel, om man multiplicerar vilket tal som helst med talet 6, så kan resultatet alltid delas med talet 6 igen så det går jämt ut. Men det är inte det ända man vet – man vet också att resultatet kan delas med 1, med 2 och med 3. Varför då? Jo, man kan dela med talet 1 för att 1 delar alla tal, med talen 2 och 3 för att $6 = 2 \cdot 3$ så $6 \cdot X = 2 \cdot 3 \cdot X$. Mer generellt, alla tal som delar 6 delar också $6 \cdot X$. Detta kanske är lite överkurs, men för dem som inser detta så är förståelsen för primtal nära (primtal är sådana tal som bara kan delas med sig själva och 1).

Även i detta spel så byggs det fyrkanter (en för ental och en för tiotal) och användaren kan experimentera och förvissa sig om huruvida det går eller inte går att bygga fyrkanter med spelbrädets rutor och en viss höjd.

5.4.5 Dela jämnt – spelregler

Dela jämnt spelen motsvarar precis Dela Fyrkant för 100-nivån (se kapitel 5.4.1) och dela Fyrkanter för 1000-nivån (se kapitel 5.4.3), fast vi använder det vanliga decimalsystemet igen, dvs. rutorna bildar inte fyrkanter längre utan varje enhet får högst innehålla 9 rutor och måste packas och packas upp som tidigare.

I Dela jämt upp till 100 innebär detta att båda spelarna har varsin uppsättning antalskort mellan 1-10, och lika många rutkort fast multiplikationsspelaren har lägga-till kort och divisionsspelaren ta-bort kort. Multiplikationsspelaren börjar alltid, och skall försöka lägga ett rutkort och ett antalskort vars produkt divisionsspelaren inte kan dela exakt med sina antalskort så resultatet blir ett av hans rutkort. Poäng ges per omgång, och om divisionsspelaren lyckas dela jämnt får han ett poäng annars får multiplikationsspelaren ett poäng.

5.4.5.1 Dela jämnt - Upp till 100/Upp till 1000

mål:

För multiplikationsspelaren: Att så ofta som möjligt lägga ett av sina kort och välja ett antalskort som ger ett resultat på spelbrädet som divisionsspelaren *inte* kan dela med något av sina antalskort så att det går jämnt ut (och resultatet blir precis ett av hans rutkort, för 100-nivån).

För divisionsspelaren: Att välja ett av sina antalskort så att spelbrädets rutor går att dela jämnt med detta antal (och resultatet blir ett av rutkortens värde, för 100 nivån).

spelslut:

Båda spelares kort är slut.

poäng:

Ett poäng per omgång delas ut, och det går till divisionsspelaren om denne lyckas dela multiplikationsspelarens resultat och till multiplikationsspelaren annars.

5.4.6 Dela jämnt - syfte

Syftet med dessa spel är att – när användaren har tränat multiplikation och division med fyrkanter och på så sätt fått förståelsen för hur detta hänger ihop – lära sig att använda den kunskapen utan den visuella hjälp som fyrkanterna faktiskt ger. Annars tränar dessa spel samma saker som de motsvarande spelen med fyrkanter (se kapitel 5.4.2 och 5.4.4 för detaljerad beskrivning).